

Научная статья

УДК 372.851

doi: 10.15293/1812-9463.2104.04

## **Методологические знания по математике как необходимое условие формирования профессиональных компетенций у будущих учителей математики**

**Таранова Марина Владимировна**

*Новосибирский государственный педагогический университет, г. Новосибирск,  
marinataranowa@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0003-3582-6665>*

*Аннотация:* В статье рассматривается проблема подготовки будущего учителя математики к профессиональной деятельности в условиях цифровизации. Выделены требования к математической подготовке будущего учителя и предложен один из способов повышения математической и методологической компетенций. Основная идея статьи состоит в анализе и описании опыта решения проблем наполнения контента онлайн курсов по вовлечению студентов в самостоятельный исследовательский поиск, опыта корреляции методов организации учебного процесса в условиях офлайн и онлайн обучения студентов. На основе анализа содержания методологического знания по математике и собственно математического знания автор раскрывает содержание и суть методологической компоненты в профессиональной деятельности будущего учителя математики. Цель статьи состоит в определении стратегий организации курса в рамках которого будущие учителя математики получают не только математическую, но и методологическую подготовку при использовании разных моделей (офлайн и онлайн). Методическая модель использования методологических знаний как основы формирования профессиональных компетенций студентов педагогического вуза должна включать цели, задачи, способы взаимодействия преподавателя и студента, содержание методологических знаний, спроецированное в контексте формы обучения. Учебное содержание структурируется в связанные между собой блоки, где средством связи являются методологические знания. Отличительное достоинство предложенной модели заключается в том, что формирование профессиональных компетенций у будущего учителя математики рассматривается и существует как компонент самоорганизующейся и развивающейся системы форм взаимодействия преподавателя и студента.

*Ключевые слова:* цифровое обучение; профессиональные компетенции будущего учителя математики; методологические знания; проектное и исследовательское обучение математике; онлайн обучение.

*Для цитирования:* **Таранова М. В.** Концепция использования искусственного интеллекта в дистанционном обучении // Вестник педагогических инноваций. 2021. № 4. С. 42–48.



Original article

**Taranova Marina Vladimirovna**

*Novosibirsk State Pedagogical University, Novosibirsk, marinataranova@yandex.ru,  
<https://orcid.org/0000-0003-3582-6665>*

## **Methodological knowledge of mathematics as a necessary condition for the formation of professional competencies of future teachers of mathematics**

*Abstract:* The article deals with the problem of preparing a future mathematics teacher for professional activity in the conditions of digitalization. The requirements for the mathematical training of a future teacher are highlighted and one of the ways to improve mathematical and methodological competencies is proposed. The main idea of the article is to analyze and describe the experience of solving the problems of filling the content of online courses to involve students in an independent research search, the experience of correlation of methods of organizing the educational process in the conditions of offline and online student learning. The author, based on the analysis of the content of methodological knowledge in mathematics and mathematical knowledge proper, reveals the content and essence of the methodological component in the professional activity of a future mathematics teacher. The purpose of the article is to determine the strategies of organizing a course in which future mathematics teachers receive not only mathematical, but also methodological training using different.

*Keywords:* digital learning; professional competencies of a future mathematics teacher; methodological knowledge; project and research teaching of mathematics; online learning.

*For Citation:* **Taranova M. V.** Methodological knowledge of mathematics as a necessary condition for the formation of professional competencies of future teachers of mathematics // Journal of Pedagogical Innovations. 2021;(4):42–48. (in Russ.).

Вовлечение обучающихся в проектную и исследовательскую деятельность является одним из требований к уровню подготовки будущего учителя математики к профессиональной деятельности [8]. Что со всей очевидностью ставит перед практикой обучения математике студентов педагогического вуза требование об использовании проектного и исследовательского методов в образовательном процессе. Это, с одной стороны. С другой, в условиях цифровизации образования, а математического в особенности, наиболее ярко проявляется проблемы корреляции методов организации учебного процесса в условиях офлайн и онлайн обучения студентов [1]. Действительно. Для будущего учителя мате-

матики важно наличие компетенций не только в области педагогики, но и в математической деятельности. Содержание же математической деятельности имеет свою специфику и особенности [2]. В частности для математического мышления характерно его логическая компонента – логическая, структурная, дедуктивная, которая преобладает над наглядно-образным и практическим мышлением. При этом в операционной составляющей доминирует аналитическая и синтетическая его часть [2; 10]. И поскольку математика оперирует характерными для неё категориями абстракций (отождествление, потенциальной осуществимости, актуальной бесконечности), средствами абстрагирования (идеализация и симво-



лизация), и именно исследовательское обучение позволяет формировать у будущего учителя математики этот тип мышления, то встаёт вполне определённая задача: как и каким образом в условиях цифровизации вузовского образования можно организовать учебные исследования по математике?

Поставленная задача определила направление проводимого исследования. Ясно, что обучение будущих учителей математики должно носить поисковый характер, а программный материал должен стать базой их методологической деятельности. Поэтому, традиционная схема изучения учебного содержания (подготовка к изучению нового, закрепление, решение стандартных задач, решение задач повышенного уровня сложности), используемая в офлайн обучении была заменена схемой построения частной теории.

В предлагаемой схеме построения «маленькой теории» (по А. А. Столяру [6]), подготовка к изучению нового была заменена на построение блока методологических знаний как совокупностей понятий, методов, принципов, категорий (как явлений). В блок «понятия» входят: алгоритм, анализ, аналогия, вид и род, восходящий и нисходящий анализ, гипотеза, идея, изменения, исследование, критерий, модель, объект, предмет, объяснение, определение, парадокс, признак, противоречие, синтез, свойство. В блок «методы» входят: аналитический метод; методы аналогии, дедукции и индукции (полной и неполной), классификации, моделирования, наблюдения, обобщения; метод обратного хода; методы сравнения; методы сужения круга поиска; метод мысленного эксперимента; методы компьютерного экспериментирования. Содержанием блока «принципы» могут быть: принципы дополнительности, обратимости, однородности, сохранения, симметрии. Содержанием блока «категории» могут быть:

достаточность, необходимость, случайность, причинность, сущность.

Этап закрепления в новой схеме соответствует актуализации известных знаний для описания одной математической структуры или математического объекта. Этап закрепления и обобщения соответствует этапу построения или создания локальной аксиоматики.

В соответствии с предлагаемой схемой преподаватель разрабатывает систему заданий, средствами которых процесс подготовки будущего учителя математики в формате онлайн станет контролируемым, а значит и управляемым. Разработка содержания заданий выстраивается в соответствии с тем содержанием, которое необходимо освоить студенту. Для примера рассмотрим содержание понятий свойство, признак, обратившись к их определениям и трактованиям.

Пусть  $x$  некоторый математический объект из множества  $M$ .  $P(x)$  означает "x есть  $P$ ", где  $P$  термин (имя) данного понятия.

Суждение  $A$ , высказанное относительно объекта  $x$  называется признаком понятия  $P$ , если истинно высказывание  $A(x) \Rightarrow P(x)$ . Иными словами: суждение  $A$  можно считать признаком понятия  $P$  тогда и только тогда, когда в результате его применения к объекту  $x$ , данный объект можно назвать термином  $P$ .

Суждение  $B$ , высказанное относительно объекта  $x$  называется свойством понятия  $P$ , если истинно высказывание  $P(x) \Rightarrow B(x)$ . Иными словами: суждение можно считать свойством понятия  $P$  тогда и только тогда, когда как только объект  $x$  можно назвать термином  $P$ , то относительно этого же объекта  $x$  можно высказать суждение  $B$ .

В несколько иной форме: суждение  $B$ , высказанное относительно объекта  $x$  называется свойством понятия  $P$ , если истинно высказывание  $\neg B(x) \Rightarrow \neg P(x)$  (если относительно объекта  $x$   $B$  не выполня-



ется, то  $x$  нельзя назвать термином  $P$ ) [4; 5].

Каково значение приведенных определений для решения нашей проблемы? Все дело в том, что в определениях понятий «свойство» и «признак» уже заложена методика работы с этими понятиями: постановка учебных задач. Сами учебные задачи можно формулировать в виде учебных заданий на: проверку различных математических объектов обладанием свойствами объекта  $x$ ; на выявление объекта по перечисленным свойствам; на выявление достаточных условий существования или описания объекта; на выявление общих свойств с другими объектами; на отнесение к тому или иному классу известных математических объектов; на построение объектов, обладающих или не обладающих свойствами заданного объекта  $x$ ; заданий, на включение свойств объекта  $x$  в связи с уже известными; на проектирование нового объекта и его изучение и пр.

Для примера рассмотрим организацию работы по формированию поисковой деятельности студентов в рамках

практики по получению первичных навыков научно-исследовательской работы в формате онлайн.

Сам курс состоит из нескольких блоков: блок математических олимпиадных задач, задач повышенного уровня сложности и методов их решения; блок исследовательских задач; блок математических задач, исследуемых средствами динамической среды. При этом, каждый блок взаимосвязан с двумя другими. Связь между блоками обеспечивается методологическими знаниями в области математики. При этом, одна и та же математическая задача может находиться в каждом из блоков, выполняя, при этом, отведённую ей функцию.

Для примера рассмотрим математическую задачу блока олимпиадных задач.

Задача 1. Равносторонние треугольники расположены так, как показано на рисунке. Докажите, что прямая  $BK$  параллельна прямой  $AC$  [3].

Решение. Так как угол  $DCB$  и угол  $DKB$  равны по  $60^\circ$ , то точки  $D, C, K, B$  расположены на одной окружности.

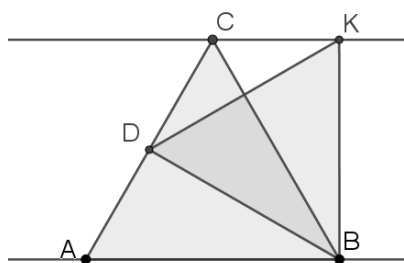


Рис. 1. Рисунок к условию задачи 1

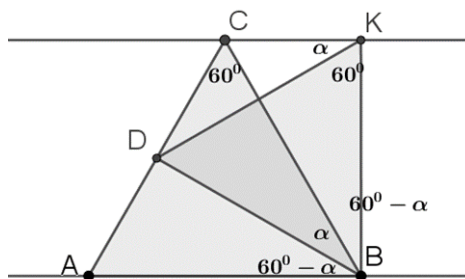


Рис. 2. Рисунок к задаче на доказательство из первого блока

Поэтому угол  $CKD$  и угол  $CBD$  равны. Обозначив эти углы за  $\alpha$  получим: угол  $CKB$  равен  $\alpha + 60^\circ$ , угол  $KBD$  равен  $120^\circ - \alpha$ , а их сумма равна  $180^\circ$ . Но эти углы – внутренние односторонние при прямых  $CK, AB$  и секущей  $KB$ , поэтому прямая  $BK$  параллельна прямой  $AC$ .

Организовывая работу студентов

средствами задачи первого блока, преподаватель ставит перед ними ряд учебных задач типа: выясните, обязательно ли треугольники, представленные в конструкции (рис. 1) одинаковы? Выявите условия параллельности прямой  $BK$  и  $AC$ . Пропишите алгоритм построения двух параллельных прямых посред-



ством двух правильных треугольников. Однако организовать собственный самостоятельный поиск при постановке таких задач, удаётся не всегда. Это связано с тем, что студенты, чаще всего, не владеют приёмами выделения того основного отношения (свойства, признака), которое заложено в конструкции, то есть, не могут определить самостоятельно те учебные задачи, которые можно здесь ставить.

В блоке исследовательских задач эта же задача звучит так.

Задача 2. Можно ли имея шаблон правильного треугольника (или шаблоны двух правильных треугольников с различными длинами сторон) построить две параллельные прямые?

Средствами задачи 2 второго блока, преподаватель может организовать работу студентов по построению маленькой теории [7; 9; 10].

Действительно. Любая научная теория имеет стандартную структуру компонентами которой являются: неопределяемые понятия, система утверждений, которые принимаются без доказательства, язык науки (правила доказательства, набор обозначений и др.), теоремы, задачи, решаемые средствами построенной науки. Поэтому преподаватель формулирует учебные задачи, решая которые студент сможет не просто решить предлагаемую задачу, но и построить свою теорию построения двух параллельных прямых посредством двух правильных треугольников.

Во-первых, необходимо описать понятие «шаблон правильного треугольника», какие операции разрешены с этими шаблонами, какие геометрические знания (теоремы, понятия, аксиомы) можно использовать в построенной теории. Далее необходимо выделить то основное отношение, которое является основой конструирования новых задач.

И наконец, в блоке три исследовательских задач, эта же задача звучит так:

Задача 3. На панели динамической среды исчезли все инструменты за исключением: построить точку, построить правильный треугольник, построить прямую по двум точкам, фиксировать точку, анимировать. Можно ли средствами этих инструментов построить пару параллельных прямых [9; 10]?

Организовывая работу студентов средствами задачи третьего блока (рис. 3), преподаватель ставит перед ними ряд учебных задач типа: выясните, обязательно ли треугольники, представленные в конструкции одинаковы? Выявите условия параллельности прямой  $CG$ ,  $AB$ . Зафиксируйте вершину  $B$  второго треугольника, выберите точку (произвольно) на стороне  $AC$ . Анимировать построенную точку (движение по стороне  $AC$ ). Какие можно сделать выводы о положении вершин  $G$ ? Предложите алгоритм построения параллельных прямых средствами инструментов, описанных в задаче. Сформулируйте свойства, признаки полученной конструкции.

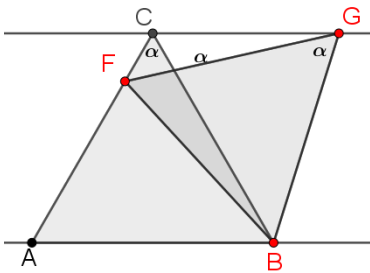


Рис. 3. Рисунок к задаче 3

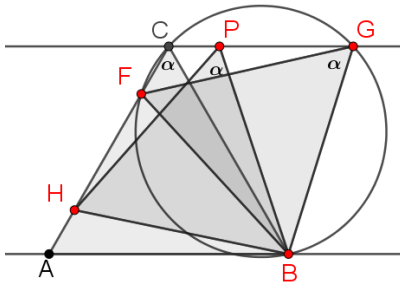


Рис. 4. Рисунок динамической модели



Предложенная методическая модель подготовки будущего учителя математики к его профессиональной деятельности позволяет организовать не только офлайн взаимодействие студента и преподавателя, но онлайн. В рамках которого будущие учителя математики получают математическую и методологическую подготовку при использовании разных моделей (офлайн и онлайн). Основная суть предлагаемой модели заключается в том, что в ней цели обучения ориентированы на формирование и развитие методологических знаний по

математике. При этом учебное содержание структурируется в связанные между собой блоки, где средством связи являются методологические знания. Отличительное достоинство предложенной модели заключается в том, что формирование профессиональных компетенций у будущего учителя математики рассматривается и существует как компонент самоорганизующейся и развивающейся системы форм и способов взаимодействия преподавателя и студента.

### Список источников

1. Бурганова И. Н. Дистанционное обучение и возможности его применения в высшей школе // Вестник педагогических инноваций. – 2021. – № 8. – С. 92–99.
2. Далингер В. А. Избранные вопросы информатизации школьного математического образования: монография; науч. ред. М. П. Лапчик. – 3-е изд. стереотип. – М.: ФЛИНТА, 2016. – 159 с.
3. Материалы Всесибирской олимпиады по математике 2019 – 2020: 8 класс. URL: <https://sesc.nsu.ru/olymp-vsесib/sections/maths/>
4. Математика в понятиях, определениях и терминах. Ч. 1. пособие для учителей. Под ред. Л. В. Сабина. – М.: Просвещение, 1978. – 320 с.
5. Математика в понятиях, определениях и терминах. Ч. 2. О. В. Мантуров, Ю. К. Солнцев, Ю. И. Соркин, Н. Г. Федин; Под ред. Л. В. Сабина. – М.: Просвещение, 1982. – 351 с.
6. Столяр А. А. Педагогика математики. – Минск: Высшая школа, 1986. – 414 с.
7. Таранова М. В. Исследовательские и познавательные проекты по математике и её приложениям: учебно-методическое пособие. – Новосибирск: Изд-во НИПКИ-ПРО, 2017. – 120 с.
8. Таранова М. В. Готовность учителя математики к осуществлению инноваций в своей профессиональной деятельности: проблемы, новые решения // Вестник педагогических инноваций. – 2020. – № 1 (57). – С. 14–21.
9. Таранова М. В. Методические условия использования динамической среды GeoGebra как средства визуализации геометрических построений. // Образовательные технологии и общество. – 2020. – Т. 23. – № 1. – С. 3–11.
10. Таранова М. В. Об условиях реализации цифрового обучения школьников математике // Современные Web-технологии в цифровом образовании: значение, возможности, реализация: сборник статей участников V-ой Международной научно-практической конференции. Научный редактор С. В. Миронова, ответственный редактор С. В. Напалков; Арзамасский филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского». – 2019. – С. 69–73.

### References

1. Burganova I. N. Distance learning and the possibilities of its application in higher school. Bulletin of pedagogical innovations. 2021. No. 8. pp. 92–99.



2. *Dalinger V. A.* Selected issues of informatization of school mathematical education: monograph; scientific ed. M.P. Lapchik. M. FLINT, 2016. 159 p.

3. Materials of the All-Siberian Olympiad in Mathematics 2019-2020, 8th grade. URL: <https://sesc.nsu.ru/olymp-vsesib/sections/maths/>

4. Mathematics in concepts, definitions and terms. Part 1 manual for teachers. Edited by L. V. Sabinin. M., Enlightenment, 1978. 320 p.

5. Mathematics in concepts, definitions and terms. Part 2. O. V. Manturov, Yu. K. Solntsev, Yu. I. Sorokin, N. G. Fedin; Edited by L. V. Sabinin. M. Prosveshchenie, 1982. 351 p.

6. *Stolyar A. A.* Pedagogy of mathematics. Minsk: Higher School, 1986. 414 p.

7. *Taranova M. V.* Research and educational projects in mathematics and its applications: an educational and methodical manual. Novosibirsk: NIPKiPRO Publishing House, 2017. 120 p.

8. *Taranova M. V.* Readiness of a mathematics teacher to implement innovations in his professional activity: problems, new solutions. Bulletin of Pedagogical Innovations. 2020. № 1 (57), 2020. P. 14–21.

9. *Taranova M. V.* Methodological conditions for using the GeoGebra dynamic environment as a means of visualizing geometric constructions. Educational technologies and society. 2020. No. 1, Vol. 23, pp. 3–11.

10. *Taranova M. V.* On the conditions for the implementation of digital education of schoolchildren in mathematics. Modern Web technologies in digital education: meaning, possibilities, implementation: a collection of articles by participants of the V-th International Scientific and Practical Conference. Scientific editor S.V. Mironova, executive editor S. V. Napalkov; Arzamas branch of the Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education "National Research Nizhny Novgorod State University named after N. I. Lobachevsky". 2019. pp. 69–73.

### **Информация об авторах**

М. В. Таранова – кандидат педагогических наук, доцент, Новосибирский государственный педагогический университет

### **Information about the Authors**

M. V. Taranova – candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Novosibirsk State Pedagogical University

Статья поступила в редакцию 23.10.2021; одобрена после рецензирования 24.11.2021; принята к публикации 24.11.2021.

The article was submitted 23.10.2021; approved after reviewing 24.11.2021; accepted for publication 24.11.2021.

