

# АРИΘΜΕΤΙΚΑ

ДЛЯ

НАЧАЛЬНЫХЪ ШКОЛЪ.

---

СОСТАВИЛЪ

**Н. БЕЗАКЪ.**

---

САНКТЕТЕРБУРГЪ.

**1861.**

ПЕЧАТАТЬ ПОЗВОЛЯЕТСЯ.

съ тѣмъ, чтобы по отпечатаніи было представлено въ Цензурный Комитетъ узаконенное число экземпляровъ. С. Петербургъ, 9-го Марта, 1861 года.

Цензоръ *С. Лебедевъ.*

Въ 1852 году было составлено мною руководство къ преподаванію ариѳметики въ дивизионныхъ артиллерійскихъ школахъ, одобренное тогда бывшимъ артиллерійскимъ отдѣленіемъ военно-ученаго комитета.

Нынѣ всѣ экземпляры этого перваго изданія разошлись, но требованіе на нихъ не прекращается. По этому предпринято мною настоящее второе изданіе, въ которомъ система изложенія оставлена та же самая, но сдѣланы нѣкоторыя измѣненія съ тѣмъ, чтобы эта ариѳметика могла служить руководствомъ не только въ артиллерійскихъ, но и въ другихъ начальныхъ школахъ.

**Павель Безакъ.**

17-го Марта  
1861.

# АРИΘΜΕΤΙΚΑ.

## ГЛАВА I.

### ○ ЧИСЛАХЪ.

§ 1. О числахъ, цифрахъ и единицахъ.

*Воп.* Чему учить Ариѳметика?

*Отв.* Ариѳметика учить *считать*.

*Воп.* Чтобы считать, что нужно знать?

*Отв.* Нужно знать *числа*.

*Воп.* Назови первыя девять чисель?

*Отв.* Первыя девять чисель суть: одинъ, два, три, четыре, пять, шесть, семь, восемь и девять.

*Воп.* Какъ пишутъ эти девять чисель?

*Отв.* Знаками.

*Воп.* Какъ эти знаки называютъ?

*Отв.* *Цифрами*.

*Воп.* Напиши первыя девять цифръ?

*Отв.* Первыя девять цифръ пишутъ такъ:

1 (одинъ)

6 (шесть)

2 (два)

7 (семь)

3 (три)

8 (восемь)

4 (четыре)

9 (девять)

5 (пять)

**Воп.** Если у тебя есть одинъ рубль, то сколько нужно прибавить къ нему, чтобы ты имѣлъ два рубля?

**Отв.** Нужно къ одному рублю прибавить еще рубль, тогда будетъ у меня два рубля.

**Воп.** Посему въ числѣ два, сколько разъ помѣщается одинъ, или сколько въ немъ *единицъ*?

**Отв.** Въ числѣ два—двѣ единицы.

**Воп.** А въ числѣ три сколько единицъ?

**Отв.** Въ числѣ три—три единицы.

**Воп.** Изъ чего же составлено всякое число?

**Отв.** Всякое число составлено изъ единицъ.

*На примѣръ:* Въ числѣ 6 — шесть единицъ.

Въ числѣ 9 — девять единицъ.

**Воп.** Если ты купишь десятокъ яблоковъ, то сколько у тебя будетъ яблоковъ?

**Отв.** У меня будетъ одинъ десятокъ или десять яблоковъ.

**Воп.** А если ты купишь два десятка яблоковъ?

**Отв.** То у меня будутъ два десятка или двадцать яблоковъ.

**Воп.** Посему число двадцать состоитъ изъ сколькихъ десятковъ или единицъ?

**Отв.** Число двадцать состоитъ изъ двухъ десятковъ или изъ двадцати *простыхъ единицъ*.

**Воп.** Слѣдовательно кромѣ простыхъ единицъ, какія имѣются еще единицы?

**Отв.** Кромѣ простыхъ единицъ имѣются еще *десятки, сотни* и такъ далѣе.

**Воп.** Какія же числа называютъ простыми единицами?

*Отв.* Простыми единицами называютъ первыя девять чиселъ: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

*Воп.* Какія цифры называютъ десятками?

*Отв.* Десятками называютъ числа: десять, двадцать, тридцать, сорокъ, пятьдесятъ, шестьдесятъ, семьдесятъ, восемьдесятъ и девяносто.

*Воп.* Какія числа называютъ сотнями?

*Отв.* Сотнями называютъ числа: сто, двѣсти, триста, четыреста, пятьсотъ, шестьсотъ, семьсотъ, восемьсотъ и девятьсотъ.

## § 2. Разряды чиселъ.

*Воп.* Какой разрядъ чиселъ пойдетъ послѣ сотень?

*Отв.* Тысячи.

*Воп.* Назови всѣ разряды чиселъ?

*Отв.* Разряды чиселъ суть:

- |                        |                                |
|------------------------|--------------------------------|
| 1) простые единицы,    | 9) сотни милліоновъ;           |
| 2) десятки,            | 10) тысячи милліоновъ,         |
| 3) сотни;              | 11) десятки тысячъ милліоновъ, |
| 4) тысячи,             |                                |
| 5) десятки тысячъ,     | 12) сотни тысячъ милліоновъ;   |
| 6) сотни тысячъ;       |                                |
| 7) милліоны,           | 13) билліоны,                  |
| 8) десятки милліоновъ, | и такъ далѣе.                  |

*Воп.* Въ этой таблицѣ, на которомъ мѣстѣ стоятъ простые единицы?

*Отв.* Простые единицы стоятъ на первомъ мѣстѣ.

*Воп.* А десятки?

*Отв.* Десятки стоятъ на второмъ мѣстѣ.

*Воп.* А сотни?

*Отв.* Сотни стоятъ на третьемъ мѣстѣ.

*Воп.* И такъ, можно ли различать разряды чиселъ по мѣстамъ, на которыхъ они стоятъ?

*Отв.* Можно.

*Воп.* Скажи, на какомъ мѣстѣ ставятъ какой разрядъ?

*Отв.* Простыя единицы ставятъ на первомъ мѣстѣ, десятки на второмъ, сотни на третьемъ, тысячи на четвертомъ, десятки тысячъ на пятомъ, сотни тысячъ на шестомъ и такъ далѣе.

§ 3. Всякое число можно написать съ помощью первыхъ девяти цифръ.

*Воп.* Если ты знаешь на какомъ мѣстѣ ставятъ каждый разрядъ чиселъ, то скажи сколько единицъ и десятковъ въ числѣ 23?

*Отв.* Въ числѣ двадцать три находятся 3 единицы и 2 десятка, ибо 3 стоятъ на первомъ мѣстѣ, отъ правой руки къ лѣвой, а 2 на второмъ.

*Воп.* Сколько единицъ, десятковъ и сотенъ въ числѣ 456?

*Отв.* Въ числѣ 456, 6 единицъ, 5 десятковъ и 4 сотни.

*Воп.* Напиши число сорокъ восемь?

*Отв.* Число сорокъ восемь пишутъ такъ: 48, ибо въ немъ 4 десятка и 8 единицъ.

**Воп.** Напиши число сто девяносто семь?

**Отв.** Число сто девяносто семь пишутъ такъ:  
197, ибо въ немъ 1 сотня, 9 десятковъ  
и 7 единицъ.

**Воп.** Посему, можно ли написать всякое число  
съ помощью первыхъ девяти цифръ?

**Отв.** Можно. Стоитъ только единицы ставить  
на первомъ мѣстѣ отъ правой руки къ  
лѣвой, десятки на второмъ, сотни на треть-  
емъ и такъ далѣе.

#### § 4. 0 знакъ 0.

**Воп.** Сколько единицъ и десятковъ въ числѣ  
пятьдесятъ?

**Отв.** Въ числѣ пятьдесятъ только пять десят-  
ковъ, а единицъ нѣтъ.

**Воп.** Какъ же написать число пятьдесятъ?

**Отв.** Должно написать число 5, а мѣсто еди-  
ницъ занять знакомъ, который покажетъ  
что единицъ нѣтъ.

**Воп.** Какой же знакъ ставятъ, когда нѣтъ од-  
ного разряда чиселъ?

**Отв.** Ставятъ знакъ: 0, который называютъ  
нуль. (\*)

*На примѣръ:* 50 (пятьдесятъ).

**Воп.** Сколько единицъ, десятковъ и сотенъ въ  
числѣ 308?

**Отв.** Въ числѣ 308, 8 единицъ, 0 или ничего  
десятковъ и 3 сотни.

---

(\*) Слово *нуль* значитъ *ничего*, напримѣръ 0 единицъ значитъ ниче-  
го единицъ.

**Воп.** Напиши число семь сотъ?

**Отв.** Число семь сотъ пишутъ такъ: 700, ибо въ немъ только 7 сотень, а десятковъ и единицъ нѣтъ.

**Воп.** И такъ, къ чему служитъ знакъ 0?

**Отв.** Знакъ 0 служитъ для замѣщенія пропущеннаго разряда чиселъ.

§ 5. Во сколько разъ цифра высшаго разряда болѣе той же цифры предыдущаго разряда.

**Воп.** Въ числѣ 22, во сколько разъ 2, написанные съ лѣвой руки, болѣе 2, написанныхъ съ правой руки?

**Отв.** Въ десять разъ, ибо 2 съ правой руки означаютъ 2 единицы, а 2 съ лѣвой руки 2 десятка.

**Воп.** Посему, во сколько разъ цифра высшаго разряда болѣе той же цифры предыдущаго разряда?

**Отв.** Въ десять разъ.

*Напримѣръ:* Въ числѣ 666 будетъ: 6 сотень въ десять разъ болѣе 6 десятковъ, а 6 десятковъ въ десять разъ болѣе 6 единицъ.

**Воп.** Обратнo, во сколько разъ цифра низшаго разряда менѣе той же цифры послѣдующаго разряда?

**Отв.** Въ десять разъ менѣе.

*Напримѣръ:* Въ числѣ 44, 4 единицы въ десять разъ менѣе 4 десятковъ.

§ 6. Восколько разъ число увеличится съ прибавкою нулей отъ правой руки.

*Воп.* Восколько разъ число 20 болѣе 2?

*Отв.* Въ десять разъ.

*Напримѣръ:* Дано число 25. Приписавъ къ нему 0, получимъ число 250, которое въ десять разъ болѣе 25.

*Воп.* По чему число увеличивается въ десять разъ, если къ нему приписать 0 съ правой руки?

*Отв.* Потому что каждая цифра передвинется въ высшій разрядъ: единицы сдѣлаются десятками, десятки сотнями и такъ далѣе.

*Воп.* А если къ числу приписать, съ правой руки, два нуля, во сколько разъ оно увеличится?

*Отв.* Оно увеличится во сто разъ, ибо каждая цифра передвинется на два разряда. Если къ числу приписать три нуля, то оно увеличится въ тысячу разъ и такъ далѣе.

*Напримѣръ:* 800 во сто разъ болѣе 8.

7000 въ тысячу разъ болѣе 7.

§ 7. О раздѣленіи чиселъ на классы.

*Воп.* Напиши число пятьсотъ тридцать восемь милліоновъ, двѣсти шестьдесятъ четыре тысячи, сто девяносто три единицы?

*Отв.* Это число пишуть такъ: 538 264 193.

*Воп.* Назови первыя три цифры этого числа, отъ правой руки?

**Отв.** 193 единицы.

**Воп.** Назови среднія три цифры этого числа?

**Отв.** 264 тысячи.

**Воп.** Назови послѣднія три цифры этого числа?

**Отв.** 338 миллионѡвъ.

**Воп.** И такъ, каждая три цифры вмѣстѣ взятыя, въ этомъ числѣ, имѣютъ ли особое названіе?

**Отв.** Имѣютъ. Первыя три цифры отъ правой руки называютъ единицами, слѣдующія три цифры тысячами, потомъ миллионами и такъ далѣе.

**Воп.** Посему, кромѣ того что всякое число раздѣляютъ на разряды, нельзя ли его раздѣлить еще на *классы*, отъ правой руки къ лѣвой?

**Отв.** Всякое число можно раздѣлить на классы, отъ правой руки къ лѣвой, считая въ каждомъ классѣ по три цифры.

*Напримѣръ:*

28'364'427'613'291'342

Классъ единицъ.

Классъ тысячъ.

Классъ миллионѡвъ.

Классъ тысячъ миллионѡвъ.

Классъ билліонѡвъ.

Классъ тысячъ билліонѡвъ.

**Воп.** Чтобы лучше различать между собою классы, какіе знаки можно надъ ними ставить?

**Отв.** Надъ классами тысячъ можно ставить по точкѣ, надъ классомъ милліоновъ черточку, а надъ классомъ билліоновъ двѣ черточки и такъ далѣе.

**Воп.** Дано число 291 342. Въ классѣ единицъ этого числа какіе разряды?

**Отв.** Въ классѣ единицъ три разряда: простыя единицы, десятки и сотни.

**Воп.** А въ классѣ тысячъ какіе разряды?

**Отв.** Въ классѣ тысячъ тѣ же три разряда: единицы, десятки и сотни тысячъ.

**Воп.** Посему, въ каждомъ классѣ какіе находятся разряды?

**Отв.** Въ каждомъ классѣ находятся три разряда: единицы, десятки и сотни.

**Воп.** Назови же, какіе разряды находятся въ каждомъ классѣ?

**Отв.** Слѣдующіе:

Въ классѣ единицъ: { простыя единицы.  
десятки.

{ сотни.

Въ классѣ тысячъ: { единицы тысячъ.

{ десятки тысячъ.

{ сотни тысячъ.

Въ классѣ милліоновъ: { единицы милліоновъ.

{ десятки милліоновъ.

{ сотни милліоновъ.

Въ классѣ тысячъ милліоновъ: { единицы тысячъ милліоновъ.

{ десятки тысячъ милліоновъ.

{ сотни тысячъ милліоновъ.

Въ классѣ билліоновъ: { единицы билліоновъ.

{ десятки билліоновъ.

{ сотни билліоновъ.



*Отв.* Двѣ цифры.

*Воп.* А въ числѣ 7·698 сколько цифръ въ послѣднемъ классѣ?

*Отв.* Одна цифра.

*Воп.* И такъ, можетъ ли быть въ послѣднемъ классѣ менѣе трехъ цифръ?

*Отв.* Въ послѣднемъ классѣ могутъ быть двѣ и одна цифра.

### § 9. Какъ выговорить всякое число.

*Воп.* Дано число: 407' 200· 429. Выговори классъ миллионовъ?

*Отв.* 407 миллионѡвъ.

*Воп.* Выговори классъ тысячъ?

*Отв.* 200 тысячъ.

*Воп.* Выговори классъ единицъ?

*Отв.* 429 единицъ.

*Воп.* Выговори теперь все классы вмѣстѣ?

*Отв.* 407 миллионѡвъ 200 тысячъ 429 единицъ.

*Воп.* Отъ которой руки выговорилъ ты это число?

*Отв.* Отъ лѣвой руки къ правой.

*Воп.* Выговорилъ ли ты все число вдругъ или каждый классъ особо?

*Отв.* Я выговорилъ каждый классъ особо, придавая каждому классу его названіе.

*Воп.* Посему, какъ должно выговаривать всякое число?

*Отв.* Всякое число должно выговаривать отъ лѣвой руки къ правой, каждый классъ особо и придавая каждому классу его названіе.

§ 10. О замѣщеніе пропущенныхъ классовъ нулями.

**Воп.** Требуется написать число: триста сорокъ восемь милліоновъ двѣсти шестьдесятъ семь единицъ. Сколько классовъ въ этомъ числѣ?

**Отв.** Два.

**Воп.** Какіе именно?

**Отв.** Милліоны и единицы.

**Воп.** Но послѣ единицъ какой слѣдуетъ классъ?

**Отв.** Тысячи.

**Воп.** Нужно ли показать, что этотъ классъ пропущенъ?

**Отв.** Нужно, точно такъ же какъ мы показывали что въ числѣ пропущенъ одинъ разрядъ.

**Воп.** Чѣмъ же замѣститъ пропущенный классъ?

**Отв.** Нулями.

**Воп.** Въ каждомъ классѣ сколько разрядовъ?

**Отв.** Три.

**Воп.** Посему сколько нулей должно поставить на мѣсто класса тысячъ?

**Отв.** Три нуля.

**Воп.** Напиши же данное число?

**Отв.** Оно пишется такъ: 348'000'267.

**Воп.** И такъ, если въ числѣ будетъ пропущенъ цѣлый классъ, то должно ли замѣщать его?

**Отв.** Если будетъ пропущенъ одинъ классъ, то вмѣсто него должно ставить три нуля.

**Воп.** А если будутъ пропущены два класса сряду?

**Отв.** То вмѣсто нихъ должно ставить шесть нулей.

**На примѣръ: 435'000'000'746'305.**  
**или 529'000'000.**

## Г Л А В А П.

### Сложеніе чиселъ.

§ 11. Сложеніе чиселъ, которыхъ сумма не болѣе 9.

**Воп.** Сложи 2 рубля съ 1 рублемъ, сколько ты получишь?

**Отв.** 2 рубля, да 1 рубль, будетъ 3 рубля.

**Воп.** Что же нужно сдѣлать, чтобы сложить 2 рубля съ 1 рублемъ?

**Отв.** Нужно къ 2 рублямъ прибавить 1 рубль.

**Воп.** Сложи числа 3, 2 и 1?

**Отв.** 3 да 2 будетъ 5, да еще 1 будетъ 6.

**Воп.** Что же ты сдѣлалъ въ этомъ примѣрѣ сложенія?

**Отв.** Я прибавилъ къ 3 числа 2 и 1.

**Воп.** И такъ, что значитъ сложить два или нѣсколько другихъ чиселъ?

**Отв.** Сложить два или нѣсколько чиселъ значитъ прибавить къ одному числу другое или нѣсколько другихъ чиселъ.

§ 12. Какія числа называются слогаемыми и суммою.

**Воп.** Прибавь къ 2 числа 3 и 4, или сложи 2, 3 и 4?

*Отв.* 2 да 3 будетъ 5, да еще 4 получится 9.

*Воп.* Въ этомъ примѣрѣ, что сдѣлалъ ты съ числами 2, 3 и 4?

*Отв.* Я сложилъ ихъ.

*Воп.* Посему какъ можно назвать эти числа?

*Отв.* Слагаемыми.

*Воп.* Какія же числа называютъ слагаемыми?

*Отв.* Слагаемыми называютъ тѣ числа, которыя складываютъ.

*Воп.* Сложи числа 6 и 2?

*Отв.* 6 да 2 будетъ 8.

*Воп.* Какое число получилось отъ сложенія 6 и 2?

*Отв.* Отъ сложенія 6 и 2 получилось 8.

*Воп.* Посему въ 8 заключаются ли оба слагаемыя числа?

*Отв.* Заключаются.

*Воп.* Какъ же можно назвать число 8?

*Отв.* Число 8 можно назвать сложеннымъ числомъ или *суммою* (\*).

*Воп.* И такъ, какое число называютъ суммою?

*Отв.* Суммою называютъ число, полученное отъ сложенія нѣсколькихъ чиселъ.

*Воп.* Числа 6 и 2 какому равны числу?

*Отв.* 6 и 2 равны 8.

*Воп.* Посему сумма всегда бываетъ равна какимъ числамъ?

*Отв.* Сумма всегда равна всѣмъ слагаемымъ числамъ, вмѣстѣ взятымъ.

---

(\*) Слово *сумма* значить всѣ числа вмѣстѣ взятыя.

§ 13. Знаки, употребляемые въ сложеніи.

**Воп.** Какой знакъ ставятъ для показанія, что два или нѣсколько чиселъ должно сложить.

**Отв.** Ставятъ прямой крестъ (+). Онъ называется *плюсъ* (\*).

*На примѣръ:*  $6+2$  значитъ тоже что 6 и 2, или что 6 должно сложить съ 2.

**Воп.** Какой знакъ ставятъ для показанія, что слогаемые числа равны своей суммѣ?

**Отв.** Ставятъ двѣ черточки (=). Этотъ знакъ называется: *знакомъ равенства*.

*На примѣръ:*  $6+2=8$  значитъ тоже что 6 и 2 равны 8.

**Воп.** Что значитъ  $3+3=6$ ?

**Отв.** Что 3 и 3 равны 6.

**Воп.** Напиши знаками: 2 и 3 равны 7?

**Отв.** Это пишутъ такъ:  $2+3=7$ .

§ 14. Сложеніе простыхъ единицъ между собою.

**Воп.** Дано сложить 9 и 3. Сколько нужно прибавить къ девяти чтобы составить десяткъ?

**Отв.** Единицу.

**Воп.** Изъ какихъ двухъ чиселъ составлено 3?

**Отв.** Изъ 1 и 2.

**Воп.** Посему, если къ десятку, составленному изъ 9 и 1, прибавить еще 2, то сколько получится?

(\*) Слово *плюсъ* значитъ *еще*, на примѣръ:  $6+2$  значитъ 6 да еще 2.

Отв. Получится 12.

Воп. Сложи 8 и 7?

Отв. 8 и 2 даютъ 10; 7 составлено изъ 2 и 5; 10 и 5 будетъ 15.

Примѣры:  $9+2$   
 $9+3$   
 $8+4$   
 $7+7$   
 $3+8$  (\*)

ТАБЛИЦА СЛОЖЕНІЯ.

1 да 1 буд. 2	2 да 1 буд. 3	3 да 1 буд. 4	4 да 1 буд. 5	5 да 1 буд. 6
1—2—3	2—2—4	3—2—5	4—2—6	5—2—7
1—3—4	2—3—5	3—3—6	4—3—7	5—3—8
1—4—5	2—4—6	3—4—7	4—4—8	5—4—9
1—5—6	2—5—7	3—5—8	4—5—9	5—5—10
1—6—7	2—6—8	3—6—9	4—6—10	5—6—11
1—7—8	2—7—9	3—7—10	4—7—11	5—7—12
1—8—9	2—8—10	3—8—11	4—8—12	5—8—13
1—9—10	2—9—11	3—9—12	4—9—13	5—9—14
6 да 1 буд. 7	7 да 1 буд. 8	8 да 1 буд. 9	9 да 1 буд. 10	
6—2—8	7—2—9	8—2—10	9—2—11	
6—3—9	7—3—10	8—3—11	9—3—12	
6—4—10	7—4—11	8—4—12	9—4—13	
6—5—11	7—5—12	8—5—13	9—5—14	
6—6—12	7—6—13	8—6—14	9—6—15	
6—7—13	7—7—14	8—7—15	9—7—16	
6—8—14	7—8—15	8—8—16	9—8—17	
6—9—15	7—9—16	8—9—17	9—9—18	

(\*) Обучающій долженъ упражнять учениковъ въ сложении простыхъ единицъ между собою, пока они будутъ отвѣчать совершенно правильно и твердо, и наконецъ дать имъ, въ урокъ, выучить таблицу сложения, помѣщенную въ концѣ § 14.

§ 15. Сложеніе чиселъ, состоящихъ изъ двухъ цифръ, съ простыми единицами.

**Воп.** Дано сложить 14 и 8. Изъ сколькихъ десятковъ и единицъ состоитъ 14?

**Отв.** 14 состоитъ изъ одного десятка и 4 единицъ.

**Воп.** 4 и 8 сколько составляютъ?

**Отв.** 12 или одинъ десятокъ и 2 единицы.

**Воп.** Посему, приложивъ къ 12 одинъ десятокъ отъ 14, сколько получится?

**Отв.** 22, которые равны  $14+8$ .

**Воп.** Сложи 33 и 9?

**Отв.** 3 и 9 будетъ 14, да 30 будетъ 44.

**Примѣры:**  $17+6?$

$37+4?$

$33+9?$  (\*)

§ 16. Сложеніе чиселъ, состоящихъ изъ двухъ цифръ.

**Воп.** Дано сложить 24 и 23. Изъ сколькихъ десятковъ и единицъ состоитъ каждое изъ этихъ чиселъ?

**Отв.** 24 состоитъ изъ 2 десятковъ и 4 единицъ, а 23 состоитъ изъ 2 десятковъ и 3 единицъ.

**Воп.** Сколько же будетъ единицъ и десятковъ въ обоихъ числахъ?

**Отв.** 3 единицъ да 4 единицы даютъ 9 единицъ, а 2 десятка и 2 десятка 4 десятка,

---

(\*) Обучающій заставляетъ учениковъ рѣшать эти задачи сокращенно, а если они затрудняются, то приказываетъ разлагать числа на десятки и единицы и складывать подробно, какъ показано въ вышеприведенныхъ вопросахъ.

слѣдовательно въ обоихъ числахъ будетъ 4 десятка и 9 единицъ или 49.

Посему  $24 + 25 = 49$ .

**Воп.** Сложи 15 и 17. Сколько составляютъ  $7 + 5$ ?

**Отв.** 12, или 1 десятокъ и 2 единицы.

**Воп.** Десятокъ, полученный отъ единицъ, къ какому разряду ты приложишь?

**Отв.** Къ десяткамъ.

**Воп.** Сколько же всего будетъ десятковъ и единицъ?

**Отв.** 3 десятка и 2 единицы, то есть  $15 + 17 = 32$ .

**Примѣры:**  $14 + 19$ ?

$15 + 15$ ?

$27 + 79$ ?

$74 + 28$ ? (\*)

### § 17. Сложеніе чиселъ, состоящихъ изъ нѣсколькихъ цифръ.

**Воп.** Въ этихъ примѣрахъ, ты складывалъ единицы съ какимъ разрядомъ чиселъ?

**Отв.** Съ единицами же.

**Воп.** А десятки?

**Отв.** Съ десятками.

**Воп.** Но можно ли складывать единицы съ десятками?

**Отв.** Нѣтъ нельзя, точно такъ какъ два грифеля нельзя сложить съ тремя досками.

---

(\*) Обучающій поступаетъ въ отношеніи къ этимъ задачамъ такъ же какъ сказано въ предыдущемъ примѣчаніи.

**Воп.** И такъ можно ли складывать числа разныхъ названій?

**Отв.** Нѣтъ нельзя. Можно складывать только числа одинакаго разряда или одного названія, напримѣръ единицы съ единицами, десятки съ десятками и т. д.

**Воп.** Сложи числа 134 и 325?

**Отв.** Такъ какъ должно складывать единицы съ единицами, десятки съ десятками и сотни съ сотнями, то для удобства подпишу одво число подъ другимъ, такъ чтобы цифры одного разряда находились въ одномъ столбцѣ:

$$\begin{array}{r} 134 \\ + 325 \\ \hline 459, \end{array}$$

4 единицы да 5 единицъ даютъ 9 единицъ; 3 десятка да 2 десятка даютъ 5 десятковъ; 1 сотня да 3 сотни даютъ 4 сотни. Подписавъ сумму подъ слогаемыми числами, найду что  $134 + 325 = 459$ .

**Воп.** По сему, какъ сложить числа, состоящія изъ нѣсколькихъ цифръ?

**Отв.** Должно написать слогаемые числа одно подъ другимъ, такъ чтобы единицы стояли подъ единицами, десятки подъ десятками и т. д. Подчеркнувъ данныя числа, должно складывать отъ правой руки, единицы съ единицами, десятки съ десятками и т. д. Сумма единицъ пишется въ

столбцѣ единицъ, сумма десятковъ подѣ десятками и т. д. *Примѣры:*

$$\begin{array}{r} 7433 \\ + 1354 \\ \hline 8987 \end{array} \quad \begin{array}{r} 6219 \\ + 3140 \\ \hline 9359 \end{array} \quad \begin{array}{r} 87065 \\ + 11024 \\ \hline 98087 \end{array}$$

*Воп.* Требуется сложить 129 съ 233? Сколько составляютъ 9 и 3?

*Отв.* 14 или 1 десятокъ и 4 единицы.

*Воп.* Гдѣ напишешь ты 4 единицы?

*Отв.* Подѣ столбцемъ единицъ.

*Воп.* А десятокъ къ какому разряду должно приложить?

*Отв.* Къ десяткамъ же.

*Воп.* Сложи на самомъ дѣлѣ?

*Отв.* Получу:

$$\begin{array}{r} 129 \\ + 233 \\ \hline 364 \end{array}$$

*Воп.* Какъ же должно поступать, если единицы, сложенные съ единицами, дадутъ десятки, или десятки, сложенные съ десятками, дадутъ сотни и т. д.

*Отв.* Должно писать единицы подѣ разрядомъ единицъ, а десятки удержатъ въ умѣ и приложить къ верхней цифрѣ десятковъ. Если же складываютъ десятки, то десятки пишутъ подѣ разрядомъ десятковъ, а сотни удерживаютъ въ умѣ и складываютъ съ верхнею цифрою сотенъ и т. д.

<i>Примѣры:</i>	5723	2780	3047
	+4829	+5564	+ 859
	10552	2891	3507
		9255	846
			10259

*Воп.* Дано сложить:

$$\begin{array}{r} 38 \\ + 24 \\ \hline \end{array}$$

Съ какого разряда начнешь ты складывать?

*Отв.* Съ меньшаго разряда единицъ.

*Воп.* Попробуй складывать съ высшаго разряда?

*Отв.*

$$\begin{array}{r} 38 \\ + 24 \\ \hline 72 \\ 8 \end{array}$$

5 десятковъ да 2 десятка дадутъ 7 десятковъ; 8 единицъ да 4 единицы дадутъ 12 единицъ; 2 единицы подишу подь единицами, а десятокъ прибавлю къ десяткамъ: для сего зачеркну 7 и напишу 8 подь десятками.

*Воп.* Какъ удобнѣе складывать, начиная съ единицъ, или съ высшаго разряда?

*Отв.* Начиная съ единицъ.

*Воп.* По какой же причинѣ должно начинать сложение съ единицъ?

*Отв.* По той причинѣ, что десятки, полученные отъ сложения единицъ, можно прямо прикладывать къ слогаемымъ десяткамъ, а если начать складывать съ десятковъ, то

должно прежде ихъ сложить, потомъ сложить единицы и полученные отъ нихъ десятки прибавить къ суммѣ десятковъ, что неудобно.

### *Задача.*

Въ одной арміи было: 138506 человекъ пѣхоты, 28264 кавалериста, 3548 пѣшихъ артиллеристовъ и 2572 конно-артиллериста. Сколько всего было человекъ?

## Г Л А В А 3.

### **Вычитаніе чиселъ.**

#### § 18. Вычитаніе простыхъ единицъ.

*Воп.* Вычти изъ 3 рублей 2 рубля, сколько ты получишь?

*Отв.* 3 рубля безъ 2 рублей будетъ 1 рубль.

*Воп.* Что же нужно сдѣлать, чтобы изъ 3 рублей вычесть 2 рубля?

*Отв.* Нужно отъ 3 рублей отнять 2 рубля.

*Воп.* По сему что значитъ вычесть?

*Отв.* Вычесть значитъ отнять одно число отъ другаго.

*Напримѣръ:* 3 безъ 3 будетъ 0.

9 безъ 6 будетъ 3.

*Воп.* Если ты имѣешь 8 рублей, а товарищъ твой 3 рубля, то у тебя сколькими рублями болѣе чѣмъ у него?

*Отв.* Пятью рублями.

*Воп.* Какъ узналъ ты это?

*Отв.* Я вычелъ изъ 8 рублей 3 рубля.

*Воп.* Скѣлькими единицами 7 болѣе 3, или чѣмъ 7 болѣе 3?

*Отв.* 7 болѣе 3—4 единицами.

*Воп.* Чѣмъ 9 болѣе 2?

*Отв.* 7 единицами.

*Воп.* Для чего же нужно знать вычитаніе?

*Отв.* Для того чтобы узнавать чѣмъ одно число болѣе другаго.

*Напримѣръ:* чѣмъ 9 болѣе 3?  
чѣмъ 6 болѣе 3?

§ 19. Какія числа называются уменьшаемымъ, вычитаемымъ и разностию.

*Воп.* Если изъ 5 вычестъ 3, то 5 увеличится или уменьшится?

*Отв.* 5 уменьшится тремя единицами.

*Воп.* Посему, если изъ бѣльшаго числа вычестъ меньшее, то что сдѣлается съ бѣльшимъ числомъ?

*Отв.* Бѣльшее число уменьшится.

*Воп.* Какъ же по этому можно назвать бѣльшее число изъ двухъ чиселъ, данныхъ въ вычитаніи?

*Отв.* Уменьшаемымъ.

*Воп.* Какое же число называется уменьшаемымъ?

*Отв.* Бѣльшее число, изъ котораго вычитаютъ меньшее.

**Воп.** Дано изъ 5 вычесть 3; которое число ты вычитаешь?

**Отв.** Меньшее 3.

**Воп.** По сему, какъ можно назвать меньшее число въ вычитаніи?

**Отв.** *Вычитаемымъ.*

**Воп.** Какое же число называютъ вычитаемымъ?

**Отв.** Меньшее число, которое вычитаютъ изъ бóльшаго.

*Напримѣръ:* Если требуютъ изъ 7 вычесть 3, то 7 будетъ уменьшаемое, а 3 вычитаемое.

**Воп.** Если изъ 6 вычесть 4, сколько останется?

**Отв.** Останется 2.

**Воп.** По сему какъ можно назвать число 2?

**Отв.** *Остаткомъ.*

**Воп.** Дано изъ 6 вычесть 4; которое изъ этихъ чиселъ болѣе?

**Отв.** 6 болѣе 4.

**Воп.** Чѣмъ же 6 разнится отъ 4?

**Отв.** 6 разнится отъ 4—2 единицами.

**Воп.** И такъ какое число составляетъ разность между 6 и 4?

**Отв.** 2.

**Воп.** По сему, остатокъ 2 какъ можетъ быть еще названъ?

**Отв.** *Разностью.*

**Воп.** Скажи, какое число получаютъ отъ вычитанія?

**Отв.** Отъ вычитанія получаютъ остатокъ или разность.

**Воп.** Какое же число называютъ остаткомъ или разностью?

**Отв.** Остаткомъ или разностью называютъ число, полученное отъ вычитанія.

*Напримѣръ:* 9 безъ 5 равно 4. Здѣсь 9 уменьшаемое, 5 вычитаемое, а 4 остатокъ или разность.

**Воп.** 8 безъ 6 какому равны числу?

**Отв.** 8 безъ 6 равны 2.

**Воп.** Обратнo, 2 чему равно?

**Отв.** 2 равно 8 безъ 6.

**Воп.** По сему остатокъ чему всегда равенъ?

**Отв.** Остатокъ всегда равенъ уменьшаемому числу безъ вычитаемаго.

## § 20. Знакъ, употребляемый въ вычитаніи.

**Воп.** Какой знакъ ставятъ для показанія что изъ бoльшаго числа требуется вычесть меньшее?

**Отв.** Ставятъ одну черточку (—). Этотъ знакъ называютъ *минусъ* (\*).

*Напримѣръ:* 5—3 значитъ тоже что 5 безъ 3, или что изъ 5 должно вычесть 3.

**Воп.** Что значитъ  $7-4=3$ ?

**Отв.** Что 7 безъ 4 равны 3.

**Воп.** Напиши знаками: 8 безъ 3 равны 5?

**Отв.** Это пишутъ такъ:  $8-3=5$ .

---

(\*) Слово *минусъ* означаетъ *меньше* или *безъ*. Напримѣръ:  $8-3=5$  значитъ 8 меньше 3 равно 5, или 8 безъ 3 равно 5.

§ 21. Вычитаніе одной цифры изъ чиселъ менше 20.

**Воп.** Требуется изъ 11 вычесть 2. Изъ сколькихъ десятковъ и единицъ состоятъ 11 и 2?

**Отв.** 11 состоитъ изъ 1 десятка и 1 единицы, а 2 изъ 2 единицъ.

**Воп.** Вычти изъ 11 одну единицу, что останется?

**Отв.** Одинъ десятокъ.

**Воп.** Изъ 10 вычти другую единицу, что получится?

**Отв.** 9.

**Воп.** И такъ 11 безъ 2 чему равно?

**Отв.** 11 безъ 2 равно 9.

**Воп.** Чему равно 16 безъ 9?

**Отв.** 16 состоитъ изъ 10 и 6; 9 состоитъ изъ 6 и 3; 16 безъ 6, 10; 10 безъ 3, 7. И такъ 16 безъ 9 равно 7.

**Примѣры:** 11 — 3?  
12 — 4?  
13 — 6?  
14 — 5?  
15 — 9?  
17 — 8? (\*).

---

(\*) Обучающій упражняетъ учениковъ въ вычитаніи одной цифры, изъ чиселъ, не превышающихъ 20, пока ученики будутъ отвѣчать совершенно правильно, и наконецъ даетъ имъ въ урокъ затвердить таблицу вычитанія, помещенную въ концѣ § 21.

ТАБЛИЦА ВЫЧИТАНІЯ.

1 изъ 1 буд. 0	2 изъ 2 буд. 0	3 изъ 3 буд. 0	4 изъ 4 буд. 0	5 изъ 5 буд. 0
1 — 2 — 1	2 — 3 — 1	3 — 4 — 1	4 — 5 — 1	5 — 6 — 1
1 — 3 — 2	2 — 4 — 2	3 — 5 — 2	4 — 6 — 2	5 — 7 — 2
1 — 4 — 3	2 — 5 — 3	3 — 6 — 3	4 — 7 — 3	5 — 8 — 3
1 — 5 — 4	2 — 6 — 4	3 — 7 — 4	4 — 8 — 4	5 — 9 — 4
1 — 6 — 5	2 — 7 — 5	3 — 8 — 5	4 — 9 — 5	5 — 10 — 5
1 — 7 — 6	2 — 8 — 6	3 — 9 — 6	4 — 10 — 6	5 — 11 — 6
1 — 8 — 7	2 — 9 — 7	3 — 10 — 7	4 — 11 — 7	5 — 12 — 7
1 — 9 — 8	2 — 10 — 8	3 — 11 — 8	4 — 12 — 8	5 — 13 — 8
1 — 10 — 9	2 — 11 — 9	3 — 12 — 9	4 — 13 — 9	5 — 14 — 9
6 изъ 6 буд. 0	7 изъ 7 буд. 0	8 изъ 8 буд. 0	9 изъ 9 буд. 0	
6 — 7 — 1	7 — 8 — 1	8 — 9 — 1	9 — 10 — 1	
6 — 8 — 2	7 — 9 — 2	8 — 10 — 2	9 — 11 — 2	
6 — 9 — 3	7 — 10 — 3	8 — 11 — 3	9 — 12 — 3	
6 — 10 — 4	7 — 11 — 4	8 — 12 — 4	9 — 13 — 4	
6 — 11 — 5	7 — 12 — 5	8 — 13 — 5	9 — 14 — 5	
6 — 12 — 6	7 — 13 — 6	8 — 14 — 6	9 — 15 — 6	
6 — 13 — 7	7 — 14 — 7	8 — 15 — 7	9 — 16 — 7	
6 — 14 — 8	7 — 15 — 8	8 — 16 — 8	9 — 17 — 8	
6 — 15 — 9	7 — 16 — 9	8 — 17 — 9	9 — 18 — 9	

§ 22. Вычитаніе одной цифры изъ чиселъ отъ 20 до 100.

**Воп.** Дано изъ 46 вычестъ 8. Изъ сколькихъ десятковъ и единицъ состоитъ 46?

**Отв.** 46 состоитъ изъ 4 десятковъ и 6 единицъ.

**Воп.** Можно ли 8 единицъ вычестъ изъ 6 единицъ?

**Отв.** Нѣтъ нельзя.

**Воп.** Но въ уменьшаемомъ числѣ есть еще 4 десятка. Нельзя ли занять отъ нихъ десятокъ и прибавить къ 6 единицамъ?

**Отв.** Можно занять одинъ десятокъ отъ 4 десятковъ.

**Воп.** Если занять одинъ десятокъ, сколько останется десятковъ и сколько получится единицъ?

**Отв.** Останется 5 десятка и получится 16 единицъ.

**Воп.** Вычти изъ 16 единицъ 8, сколько останется?

**Отв.** Останется 8 единицъ. Посему  $16 - 8 = 8$ .

**Воп.** Изъ 57 вычти 9?

**Отв.** 57 состоитъ изъ 40 и 17; 17 безъ 9, 8; посему 57 безъ 9 равно 48.

**Примѣры:** 45 — 7?

81 — 8? (\*)

**Воп.** Дано изъ 25 вычестъ 18. Изъ сколькихъ десятковъ и единицъ состоитъ каждое изъ этихъ чиселъ?

**Отв.** 25 состоитъ изъ 2 десятковъ и 5 единицъ, а 18 изъ 1 десятка и 8 единицъ.

**Воп.** Вычти изъ 2 десятковъ и 5 единицъ, 1 десятокъ; сколько останется?

**Отв.** Останется 1 десятокъ и 5 единицъ, или 15.

**Воп.** 15 безъ 8 чему равно?

**Отв.** 15 безъ 8 равно 7; посему 25 безъ 18 равно 7.

**Воп.** Изъ 56 вычти 19?

**Отв.** 56 безъ 10, 26; 26 безъ 9, 17, и такъ 56 безъ 19, 17.

---

(\*) Если ученики затрудняются въ скоромъ рѣшеніи этихъ примѣровъ, то обучающій заставляетъ ихъ снова разлагать уменьшаемое число, какъ показано въ этомъ параграфѣ, пока они привыкнутъ рѣшать эти примѣры словесно и притомъ безошибочно.

**Примѣры:** 24 — 17?

21 — 13?

38 — 26?

§ 24. Вычитаніе чиселъ, состоящихъ изъ нѣсколькихъ цифръ.

**Воп.** Всегда ли можно вычесть цифру единицъ вычитаемаго изъ цифры единицъ уменьшаемаго?

**Отв.** Нѣтъ не всегда. Иногда цифра единицъ вычитаемаго болѣе цифры единицъ уменьшаемаго.

**Воп.** Какъ въ такомъ случаѣ вычесть единицы?

**Отв.** Должно занять одинъ десятокъ.

**Воп.** Посему; съ какаго разряда должно начинать вычитаніе?

**Отв.** Съ меньшаго, съ единицъ.

**Воп.** Для чего это?

**Отв.** Для того чтобы можно было занимать единицы у высшаго разряда.

**Воп.** Можно ли вычитать единицы изъ десятковъ, десятки изъ сотенъ и такъ далѣе?

**Отв.** Нѣтъ нельзя.

**Воп.** По какой причинѣ?

**Отв.** По той же причинѣ какъ нельзя складывать единицы съ десятками, десятки съ сотнями и т. д. (\*)

**Воп.** И такъ, можно ли вычитать числа разныхъ разрядовъ?

(\*) Смори § 17.

**Отв.** Можно вычитать только числа одинакихъ разрядовъ, на примѣръ единицы изъ единицъ, десятки изъ десятковъ и такъ далѣе.

**Воп.** Изъ 357 вычти 125?

**Отв.** Такъ какъ можно вычитать только числа одинакихъ разрядовъ, то для удобства подишу вычитаемое число подъ уменьшаемымъ:

$$\begin{array}{r} 357 \\ - 125 \\ \hline 232 \end{array}$$

Начинаю вычитать съ единицъ: 5 изъ 7 единицъ 2 единицы; 2 десятка изъ 5 десятковъ 3 десятка; 1 сотня изъ 3 сотенъ 2 сотни. Подписавъ разность подъ вычитаемымъ числомъ, найду что  $357 - 125 = 232$ .

**Воп.** Посему, какъ вычесть нѣсколько цифръ изъ нѣсколькихъ цифръ?

**Отв.** Должно написать меньшее число подъ большимъ, такъ чтобы единицы стояли подъ единицами, десятки подъ десятками и такъ далѣе. Потомъ проведя черту, вычитаю, начиная съ правой руки, единицы изъ единицъ, десятки изъ десятковъ и т. д. Остатки пишу подъ чертою.

<b>Примѣры:</b>	789	8792
	— 245	— 3541
	<hr style="width: 100%;"/>	<hr style="width: 100%;"/>
	544	5251

**Воп.** Изъ 274 вычти 158?

*Отв.* Подпишу меньшее число подъ бѣльшимъ:

$$\begin{array}{r} 274 \\ - 158 \\ \hline 116 \end{array}$$

8 единицъ изъ 4 единицъ вычестъ нельзя. Занимаю 1 десятокъ отъ 7 десятковъ и для означенія сего ставлю точку надъ 7. Занятый 1 десятокъ или 10 единицъ придаю къ 4 единицамъ, получу 14 единицъ; 8 изъ 14, 6. Такъ какъ отъ 7 отнять 1 десятокъ, то вмѣсто 7 остается 6 десятковъ; 5 изъ 6 десятковъ, 1 десятокъ; 1 сотня изъ 2 сотень, 1 сотня. Посему  $274 - 158 = 116$ .

*Воп.* Какъ же поступать, если цифра въ вычитаемомъ числѣ болѣе цифры, стоящей надъ нею, въ уменьшаемомъ числѣ?

*Отв.* Должно занять одну единицу отъ цифры вышаго разряда и придать эту единицу къ цифрѣ, изъ которой нельзя вычестъ. Тогда послѣдняя цифра увеличится 10 единицами, а цифра, отъ которой заняли, уменьшится одною единицею. Для означенія что отъ цифры занята одна единица, ставятъ надъ этою цифрою точку.

*Примѣръ:*

$$\begin{array}{r} 85456 \\ - 28784 \\ \hline 54672 \end{array}$$

*Воп.* Почему ты занимаешь одну единицу, а придаешь къ цифрѣ, изъ которой нельзя вычестъ, 10 единицъ?

*Отв.* Потому что одна единица высшего разряда равна 10 единицамъ низшаго разряда.

*Воп.* Изъ 350 вычти 223?

*Отв.* Подпишу меньшее число подъ большимъ:

$$\begin{array}{r} 350 \\ - 223 \\ \hline 127 \end{array}$$

3 единицы изъ ничего единицъ вычестъ нельзя. Занимаю одинъ десятокъ, получу 10 единицъ; 3 изъ 10, 7; 2 изъ 4, 2; 2 изъ 3, 1. И такъ  $350 - 223 = 127$ .

*Воп.* Какъ же поступать если цифра, изъ которой нельзя вычестъ, будетъ 0?

*Отв.* Должно также занять единицу высшего разряда; тогда изъ 0 сдѣляется 10.

*Примѣры:*

$$\begin{array}{r} 408 \quad 5087 \\ - 223 \quad - 2446 \\ \hline 185 \quad 2641 \end{array}$$

*Воп.* Изъ 405 вычти 276?

*Отв.* Подпишу меньшее число подъ большимъ:

$$\begin{array}{r} 405 \\ - 276 \\ \hline 129 \end{array}$$

6 изъ 5 вычестъ нельзя; должно занять единицу. Такъ какъ десятковъ не имѣется, то занимаю отъ 4 одну сотню. Одна сотня равна 10 десяткамъ. Эти 10 десятковъ придаю къ 0 и отъ нихъ занимаю 1 десятокъ. 3 единицъ да 10 единицъ составляютъ 13 единицъ; 6 изъ 13, 9; 7 изъ

9 десятковъ, 2; 2 сотни изъ 3 сотней, 1; посему  $405 - 276 = 129$ .

*Примѣръ:*  $500\overset{\cdot}{3}0\overset{\cdot}{2}$

$- 127456$

172866

**Воп.** Какъ же поступать, если влѣво отъ цифры, изъ которой нельзя вычесть, будетъ стоять одинъ нуль или нѣсколько нулей?

**Отв.** Тогда должно занять единицу отъ цифры, стоящей влѣво отъ нулей. вмѣсто нулей, отъ которыхъ нельзя было занять, будетъ вездѣ 9.

*Примѣры:*  $7\overset{\cdot}{0}0\overset{\cdot}{2}$                        $7\overset{\cdot}{0}0\overset{\cdot}{0}$

$- 3564$                        $- 3564$

3438                      3436

### *Задача.*

Съ одного большаго хозяйства получили 192000 сноповъ, изъ коихъ 87507 пшеницы, а остальные ржи. Узнать сколько было сноповъ ржи.

## Г Л А В А IV.

### **Повѣрка сложения и вычитанія.**

§ 25. Какъ дѣлается повѣрка сложения.

**Воп.** Сложи:  $40 + 58 + 26$ ?

**Отв.** Подпишу данныя числа одно подъ другимъ:

$$\begin{array}{r} 40 \\ + 38 \\ 26 \\ \hline 104 \end{array}$$

Сумма равна 104.

**Воп.** Изъ какихъ чисель состоитъ 104?

**Отв.** 104 состоитъ изъ  $40 + 38 + 26$ .

**Воп.** По этому, если сложить только  $38 + 26$  и сумму ихъ вычестъ изъ 104, то какое число получится въ остаткѣ?

**Отв.** Въ остаткѣ получится 40.

**Воп.** И такъ, если пропустить одно слогаемое число, а остальные сложить и сумму ихъ вычестъ изъ общей суммы, то какое число должно получиться въ остаткѣ?

**Отв.** Въ остаткѣ должно получиться пропущенное слогаемое число.

**Воп.** Всегда ли получится пропущенное слогаемое число?

**Отв.** Оно должно всегда получиться, если только сложение было сдѣлано вѣрно.

**Примѣръ:**

$$\begin{array}{r} 40 \\ \hline + 38 \\ 26 \\ \hline 104 \\ - 64 \\ \hline 40 \end{array}$$

**Воп.** Посему, какъ дѣлается повѣрка сложения?

**Отв.** Повѣрка сложения дѣлается чрезъ вычитаніе. Должно верхнее, или какое либо другое слогаемое число, подчеркнуть,

а все остальные слогаемые числа сложить, сумму их написать подъ общую сумму и вычесть изъ нея. Если сложение сдѣлано вѣрно, то въ остаткѣ получится пропущенное слогаемое число.

<i>Примѣры:</i>	$\begin{array}{r} 5047 \\ + 859 \\ \hline 5906 \\ 846 \\ \hline 6752 \\ - 5212 \\ \hline 1540 \end{array}$	$\begin{array}{r} 3825 \\ + 2706 \\ \hline 6531 \\ 872 \\ \hline 7403 \\ - 5011 \\ \hline 2392 \end{array}$
-----------------	--	---

§ 26. Какъ дѣлается повѣрка вычитанія.

*Воп.* Вычти: 58—35?

*Отв.* Подпишу меньшее число подъ большимъ:

$$\begin{array}{r} 58 \\ - 35 \\ \hline 23 \end{array}$$

Разность будетъ 23.

*Воп.* Изъ какихъ чиселъ состоитъ большее число 58?

*Отв.* Бѣльшее число 58 состоитъ изъ меньшаго 35 и изъ разности 23.

*Воп.* Посему меньшее число 35, сложенное съ разностью 23, чему равно?

*Отв.* Бѣльшему числу 58.

*Воп.* И такъ, если въ вычитаніи сложить меньшее число съ разностью, то что должно получиться?

*Отв.* Должно получиться бѣльшее число.

*Воп.* Всегда ли получится бѣльшее число?

*Отв.* Если вычитаніе сдѣлано вѣрно, то всегда получится.

*Примѣръ:* 58

— 35

23

58

*Воп.* Какъ же дѣлается повѣрка вычитанія?

*Отв.* Повѣрка вычитанія дѣлается чрезъ сложеніе. Должно сложить меньшее число съ разностью, то сумма должна быть равна бѣльшему числу, если вычитаніе было сдѣлано вѣрно.

*Примѣры:* 85456      905708

— 28784      — 546125

54672      559583

85456      905708

## ГЛАВА V.

### Умноженіе чиселъ.

§ 27. Что значитъ умножить.

*Воп.* Сложи число 5 само съ собою 5 разъ?

*Отв.* Напишу число 5 пять разъ:

5

+ 5

5

5

5

15. Сумма равна 15.

**Воп.** Сколько разъ ты сложишь 5 само съ собою?

**Отв.** 5 разъ.

**Воп.** Какое получилось искомое число?

**Отв.** Искомое число получилось 15.

**Воп.** Сколько разъ должно взять 5 чтобы получилось 15?

**Отв.** 5 разъ.

**Воп.** Слѣдовательно 5 разъ 5 чему равно?

**Отв.** 15.

**Воп.** Во сколько разъ 15 болѣе 5?

**Отв.** Въ 5 разъ.

**Воп.** Слѣдовательно во сколько разъ ты увеличилъ 5?

**Отв.** Въ 5 разъ.

**Воп.** Увеличь 2 въ 4 раза, или умножь 2 на 4?

**Отв.** Чтобы увеличить 2 въ 4 раза, сложу 2 само съ собою 4 раза:

$$\begin{array}{r} 2 \\ + 2 \\ \hline \end{array}$$

2

2

8; получится 8.

**Воп.** И такъ, при умноженіи одного числа на другое, ты увеличиваешь или уменьшаешь это число?

**Отв.** Я увеличиваю его.

**Воп.** Во сколько разъ ты увеличиваешь это число?

**Отв.** Во столько разъ сколько въ другомъ числѣ единицъ.

**Воп.** Что же значить умножить?

**Отв.** Умножить одно число на другое значитъ увеличить первое число во столько разъ сколько въ другомъ единицъ.

*На примѣръ:* 4 раза 4 равно 16.

5 разъ 6 равно 30.

§ 28. Какія числа называются множимымъ, множителемъ, сомножителями и произведе-  
ніемъ.

**Воп.** Возьми примѣръ: 2 помноженное на 4 равно 8. Которое изъ этихъ чиселъ должно помножить?

**Отв.** Должно помножить 2.

**Воп.** Посему, какъ можно назвать число 2?

**Отв.** Множимымъ.

**Воп.** И такъ, какое число называется множимымъ?

**Отв.** Множимымъ называется число, которое должно помножить.

**Воп.** Въ этомъ примѣрѣ, на которое число должно помножить?

**Отв.** Должно помножить на 4.

**Воп.** Посему, какъ можно назвать число 4?

**Отв.** Множителемъ.

**Воп.** И такъ, какое число называется множителемъ?

**Отв.** Множителемъ называется то число, на которое должно помножить.

**Воп.** Помножь 2 на 4?

**Отв.** Сложу 2 само съ собою 4 раза:

2

+ 2

2

2

---

8; получу 8.

**Воп.** Помножь 4 на 2?

**Отв.** Сложу 4 само съ собою 2 раза:

4

+ 4

---

8; получу также 8.

**Воп.** Въ обоихъ случаяхъ, одинакое ли получилось произведеніе?

**Отв.** Одинакое: 2 раза 4 будетъ 8, и 4 раза 2 тоже 8.

**Воп.** Посему, все ли равно, которое изъ двухъ чиселъ, данныхъ въ умноженіи, принять за множимое и которое за множителя?

**Отв.** Все равно которое.

**Воп.** Какъ же, по этому, можно назвать множимое и множителя вмѣстѣ.

**Отв.** Сомножителями.

**Воп.** Какія же числа называются сомножителями?

**Отв.** Сомножителями называются множимое и множитель вмѣстѣ.

**Воп.** Въ примѣрѣ: 2 помноженное на 4 равно 8, какое число произошло отъ умноженія, или произведено умноженіемъ?

**Отв.** 8.

**Воп.** Какъ же можно назвать число 8?

**Отв.** Произведеніемъ.

**Воп.** Посему, какое число называется произведениемъ?

**Отв.** Произведениемъ называется число, которое произошло отъ умноженія.

§ 29. Знакъ, употребляемый въ умноженіи.

**Воп.** Какой знакъ ставить для показанія, что одно число должно помножить на другое?

**Отв.** Ставятъ косою крестъ ( $\times$ ). Этотъ знакъ называется *знакомъ умноженія*.

*На примѣръ:*  $5 \times 5$  значить, что должно 5 помножить на 5.

**Воп.** Что значить  $2 \times 4 = 8$ ?

**Отв.** Что 2 помноженное на 4 равно 8.

**Воп.** Напиши знаками: 5 - помноженное на 6 равно 30?

**Отв.** Это пишется такъ:

$$5 \times 6 = 30.$$

§ 30. Умноженіе простыхъ единицъ между собою.

**Воп.** Чему равно  $3 \times 3$ ?

**Отв.** 3 да 3, 6, да 3 будетъ 9.

**Воп.** Чему равно  $4 \times 5$ ?

**Отв.** 4 да 4, 8, да 4, 12, да 4, 16, да 4, будетъ 20.

**Воп.** Вмѣсто того чтобы всякій разъ складывать, скажи наизусть, чему равно  $3 \times 3$ ?

**Отв.** 9.

**Воп.** А  $4 \times 5$ ?

**Отв. 20.**

**Воп.** Выучи произведенія всѣхъ простыхъ единицъ на простыя единицы, и для этого напиши слѣдующую таблицу умноженія:

ТАБЛИЦА УМНОЖЕНІЯ.

$1 \times 1 = 1$ $1 \times 2 = 2$ $1 \times 3 = 3$ $1 \times 4 = 4$ $1 \times 5 = 5$ $1 \times 6 = 6$ $1 \times 7 = 7$ $1 \times 8 = 8$ $1 \times 9 = 9$	$2 \times 1 = 2$ $2 \times 2 = 4$ $2 \times 3 = 6$ $2 \times 4 = 8$ $2 \times 5 = 10$ $2 \times 6 = 12$ $2 \times 7 = 14$ $2 \times 8 = 16$ $2 \times 9 = 18$	$3 \times 1 = 3$ $3 \times 2 = 6$ $3 \times 3 = 9$ $3 \times 4 = 12$ $3 \times 5 = 15$ $3 \times 6 = 18$ $3 \times 7 = 21$ $3 \times 8 = 24$ $3 \times 9 = 27$
$4 \times 1 = 4$ $4 \times 2 = 8$ $4 \times 3 = 12$ $4 \times 4 = 16$ $4 \times 5 = 20$ $4 \times 6 = 24$ $4 \times 7 = 28$ $4 \times 8 = 32$ $4 \times 9 = 36$	$5 \times 1 = 5$ $5 \times 2 = 10$ $5 \times 3 = 15$ $5 \times 4 = 20$ $5 \times 5 = 25$ $5 \times 6 = 30$ $5 \times 7 = 35$ $5 \times 8 = 40$ $5 \times 9 = 45$	$6 \times 1 = 6$ $6 \times 2 = 12$ $6 \times 3 = 18$ $6 \times 4 = 24$ $6 \times 5 = 30$ $6 \times 6 = 36$ $6 \times 7 = 42$ $6 \times 8 = 48$ $6 \times 9 = 54$
$7 \times 1 = 7$ $7 \times 2 = 14$ $7 \times 3 = 21$ $7 \times 4 = 28$ $7 \times 5 = 35$ $7 \times 6 = 42$ $7 \times 7 = 49$ $7 \times 8 = 56$ $7 \times 9 = 63$	$8 \times 1 = 8$ $8 \times 2 = 16$ $8 \times 3 = 24$ $8 \times 4 = 32$ $8 \times 5 = 40$ $8 \times 6 = 48$ $8 \times 7 = 56$ $8 \times 8 = 64$ $8 \times 9 = 72$	$9 \times 1 = 9$ $9 \times 2 = 18$ $9 \times 3 = 27$ $9 \times 4 = 36$ $9 \times 5 = 45$ $9 \times 6 = 54$ $9 \times 7 = 63$ $9 \times 8 = 72$ $9 \times 9 = 81$

**§ 31.** Умноженіе чиселъ, состоящихъ изъ двухъ цифръ на простыя единицы.

**Воп.** Дано  $14 \times 2$ ? Что значитъ 14 помножить на 2?

**Отв.** 14 помножить на 2 значитъ увеличить 14 въ 2 раза.

**Воп.** Какъ увеличить 14 въ 2 раза?

**Отв.** Должно сложить 14 само съ собою 2  
раза:

$$\begin{array}{r} 14 \\ + 14 \\ \hline 28 \end{array}$$

Посему  $14 \times 2 = 28$  или 14

$$\begin{array}{r} \times 2 \\ \hline 28 \end{array}$$

**Воп.** И такъ, какъ множить числа, состоящія  
изъ двухъ цифръ, на простыя единицы?

**Отв.** Должно подписать множителя подъ еди-  
ницами множимаго и помножить сначала  
единицы, а потомъ десятки.

*На примѣръ:*

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 3 \\ \hline 69 \end{array}$$

**Воп.** Почему ты начинаешь множить съ еди-  
ницъ?

**Отв.** Потому что отъ умноженія единицъ, такъ  
же какъ и отъ сложенія единицъ, могутъ  
произойти десятки, которые должно при-  
ложить прямо къ произведенію десятковъ.

**Воп.** Дано  $15 \times 3$ . Сдѣлай этотъ примѣръ сло-  
женіемъ?

**Отв.**

$$\begin{array}{r} 15 \\ + 15 \\ 15 \\ \hline 45 \end{array}$$

Посему  $15 \times 3 = 45$  или 15

$$\begin{array}{r} \times 3 \\ \hline 45 \end{array}$$

**Воп.** Отъ сложенія 5 само съ собою 5 раза сколько получилось?

**Отв.** 15.

**Воп.** Сколько въ 15 — единицъ и десятковъ?

**Отв.** 5 единицъ и 1 десятокъ.

**Воп.** Къ чему же приложилъ ты 1 десятокъ?

**Отв.** Къ десяткамъ.

**Воп.** Посему, если отъ умноженія единицъ множимаго на множителя получатся въ произведеніи десятки, то что должно съ ними сдѣлать?

**Отв.** Должно удержать десятки въ умѣ и потомъ приложить къ произведенію десятковъ множимаго на множителя.

**На примѣръ:**  $18 \times 4 = 72$ , пишу 2, а 3 удержи-  
 $\times 4$  ваю въ умѣ.  
 $\underline{72}$  }  $1 \times 4 = 4$  десяткамъ,  
да 3 ум-  
ныхъ, 7.

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 7 \\ \hline 175. \end{array}$$

§ 32. Умноженіе нѣсколькихъ цифръ на простыя единицы.

**Воп.** Дано  $136 \times 4$ . Сдѣлай этотъ примѣръ сложеніемъ?

$$\begin{array}{r}
 156 \\
 + 156 \\
 156 \\
 \underline{156} \\
 544.
 \end{array}$$

И такъ  $156 \times 4 = 544$  или  $156$

$$\begin{array}{r}
 \times 4 \\
 \hline
 544
 \end{array}$$

**Воп.** Посему, какъ множить нѣсколько цифръ на простыя единицы?

**Отв.** Должно множителя подписать подъ единицами множимаго и подчеркнуть. Потомъ множителемъ начать умножать единицы множимаго и произведение писать подъ единицами. Если же отъ умноженія получатся десятки, то единицы должно писать подъ единицами, а десятки удержать въ умѣ. Потомъ множителемъ должно помножить десятки множимаго, къ произведенію придать цифру десятковъ, бывшую въ умѣ, и полученные десятки написать подъ десятками, а если были сотни, то ихъ удержать въ умѣ, и такъ далѣе продолжать пока всѣ цифры множимаго не будутъ перемножены.

**Примѣры:**

$$\begin{array}{r}
 8459 \quad 5657814 \\
 \times 7 \quad \times 8 \\
 \hline
 59213 \quad 29262512
 \end{array}$$

§ 33. Умноженіе чиселъ, состоящихъ изъ нѣсколькихъ цифръ.

**Воп.** Дано  $54 \times 12$ . Что значить 54 умножить или увеличить въ 12 разъ?

**Отв.** Значить что 54 должно сложить само съ собою 12 разъ.

**Воп.** Изъ сколькихъ единицъ и десятокъ состоитъ 12?

**Отв.** Изъ 2 единицъ и 1 десятка.

**Воп.** Посему не все ли равно, что сложить 54 само съ собою 12 разъ, или сложить сначала 2 раза, а потомъ 10 разъ, и найти общую сумму?

**Отв.** Все равно. Можно сложить 54 само съ собою 2 раза, а потомъ 10 разъ и найти общую сумму.

**Воп.** Но вмѣсто того чтобы складывать 54 само съ собою сначала 2 раза, а потомъ 10 разъ, нельзя ли сдѣлать это проще—умноженіемъ?

**Отв.** Можно помножить 54 на 2, а потомъ на 10. Для сего подпишу 12 подъ 54 и перемножу:

$$\begin{array}{r}
 54 \\
 \times 12 \\
 \hline
 68 \\
 54 \\
 \hline
 408.
 \end{array}$$

2 раза 4 будетъ 8; 2 раза 5 будетъ 6; 1 разъ 4 будетъ 4. Пишу 4 подъ десятками ибо 1 десятокъ на 4 даютъ 4 десятка; 1 десятокъ на 5 десятка даютъ 5 сотни, которые пишу влѣво отъ 4 десятковъ. Потомъ сложу оба произведенія, получу  $54 \times 12 = 408$ .

**Воп.** Какъ же множить одно на другое два числа, состоящія изъ нѣсколькихъ цифръ?

**Отв.** Должно множителя подписать подъ множимымъ, такъ чтобы единицы стояли подъ единицами, десятки подъ десятками и такъ далѣе, и подчеркнуть. Потомъ цифрою единицъ множителя должно умножить множимое число; такимъ же образомъ цифрою десятковъ множителя перемножить все множимое число, и первую цифру произведенія подписать подъ десятками; потомъ множить цифрою сотень и первую цифру произведенія подписать подъ сотнями, и такъ далѣе. Наконецъ всѣ эти произведенія должно подчеркнуть и сложить, отчего получится искомое число.

**Примѣръ:**  $87468$

$\times 5847$

---

$612276$

$549872$

$699744$

$437540$

---

$511425396$

§ 34. Какъ поступать если въ множимомъ будетъ находиться 0.

**Воп.** Дано  $304 \times 2$ . Сдѣлай этотъ примѣръ сложеніемъ?

**Отв.** Сложу 304 само съ собою 2 раза:

$304$

$+ 304$

---

$608$

**Воп.** Въ разрядъ десятковъ находится 0. Почему отъ сложенія 0 самаго съ собою, что получается?

**Отв.** Получается также 0.

**Воп.** И такъ, что должно дѣлать, если въ множимомъ числѣ будетъ находиться 0?

**Отв.** Должно 0 снести въ произведеніе, на то мѣсто, которое принадлежитъ его разряду.

*На примѣръ:*

8705	560
$\times 5$	$\times 8$
<hr style="width: 50%; margin: 0;"/>	<hr style="width: 50%; margin: 0;"/>
26109	2880

**Воп.** Дано  $205 \times 5$ . Сдѣлай этотъ примѣръ сложеніемъ?

**Отв.** Сложу 205 само съ собою 5 раза:

205
+ 205
205
<hr style="width: 50%; margin: 0;"/>
615

**Воп.** Почему же, въ этомъ примѣрѣ, ты поставилъ, въ разрядъ десятковъ суммы, 1 вмѣсто 0?

**Отв.** Потому, что отъ сложенія единицъ у меня остался 1 десятокъ въ умѣ, который и ставлю на мѣстѣ десятковъ.

**Воп.** И такъ, что должно дѣлать, если въ множимомъ находится 0, но отъ умноженія предыдущей цифры получились умныя?

**Отв.** Должно написать въ произведеніи, вмѣсто 0, эту умную цифру.

*На примѣръ:*

8707	2008
$\times 5$	$\times 6$
<hr style="width: 50%; margin: 0;"/>	<hr style="width: 50%; margin: 0;"/>
43535	12048

§ 35. Какъ поступать, если въ множителѣ будутъ нули.

*Воп.* Помножь 146 на 203?

*Отв.* Подпишу 203 подъ 146 и перемножу:

$$\begin{array}{r} 146 \\ \times 203 \\ \hline 438 \\ 000 \\ 292 \\ \hline 29638 \end{array}$$

*Воп.* Въ этомъ примѣрѣ, отъ умноженія 146 на 0 десятковъ, что получилось?

*Отв.* Получились все нули, то есть произведенія множимаго на десятки множителя нѣтъ.

*Воп.* А отъ умноженія 2 сотень на 6 единицъ, какаго разряда получились числа?

*Отв.* Получились 12 сотень.

*Воп.* Перемножь еще разъ 146 на 203, пропустивъ нули во второмъ произведеніи?

*Отв.* Подпишу 203 подъ 146 и перемножу:

$$\begin{array}{r} 146 \\ \times 203 \\ \hline 438 \\ 292 \\ \hline 29638 \end{array}$$

*Воп.* То ли же самое произведеніе получилось?

*Отв.* То же самое.

**Воп.** Посему, что должно дѣлать, если въ множитель будутъ нули?

**Отв.** Должно не помножать на нихъ множимое число и множить слѣдующею цифрою. Для удобства можно ставить на мѣсто пропущенныхъ разрядовъ по нулю.

<b>Примѣры:</b>	<b>870497</b>	<b>487</b>
	<b>× 500407</b>	<b>× 60</b>
	<b>6093479</b>	<b>29220</b>
	<b>34819880</b>	
	<b>455248500</b>	
	<b>455602792279</b>	

§ 36. Какъ поступать если съ правой руки обоихъ сомножителей находятся нули.

**Воп.** Помножь 30 на 20?

**Отв.** Подпишу 20 подъ 30 и перемножу:

$$\begin{array}{r}
 30 \\
 \times 20 \\
 \hline
 600
 \end{array}$$

**Воп.** Сколько было нулей въ обоихъ сомножителяхъ?

**Отв.** Два.

**Воп.** Сколько нулей получилось въ произведеніи?

**Отв.** Тоже два.

**Воп.** Помножь еще 7600 на 180?

**Отв.** Подпишу 180 подъ 7600 и перемножу:

$$\begin{array}{r} 7600 \\ \times 180 \\ \hline \end{array}$$

608000

7600

---

1368000

**Воп.** И такъ, что дѣлать, если съ правой руки обоихъ сомножителей находятся нули?

**Отв.** Должно умножить данныя числа, какъ будто бы нулей не было, а потомъ къ произведенію приписать, съ правой руки, столько нулей, сколько ихъ было въ обоихъ сомножителяхъ.

*На примѣръ:* 4700

$$\times 2900$$

---

425

94

---

13630000.

§ 37. Какъ всякое число помножить на 10, 100, 1000 и такъ далѣе.

**Воп.** Что значитъ помножить число на 10 или на 100?

**Отв.** Значитъ, что нужно увеличить число въ 10 или во 100 разъ.

**Воп.** А какъ увеличить число въ 10 или 100 разъ (\*)?

**Отв.** Должно только приписать къ числу, съ правой руки, 0 или два нуля.

---

(\*) См. § 6.

*Напримльръ:*  $325 \times 10 = 3250$   
 $325 \times 100 = 32500.$

*Воп.* И такъ, какъ всякое число помножить на 10, на 100 и такъ далѣе?

*Отв.* Должно къ множимому приписать, съ правой руки, столько нулей сколько въ множителѣ.

*Напримльръ:*  $325 \times 1000 = 325000.$

### *З а д а ч а.*

Пространство Калужской Губерніи составляетъ 28,077 квадратныхъ верстъ, а какъ въ одной квадратной верстѣ 104 десятины, то спрашивается, сколько десятинъ земли въ этой губерніи?

## Г Л А В А VI.

### *Дѣленіе чиселъ.*

§ 38. Что значитъ раздѣлить.

*Воп.* Сколько разъ можно вычесть число 5 изъ 20?

*Отв.* Чтобъ узнать это, буду вычитать изъ 20 число 5:

$$20 - 5 = 15$$

$$15 - 5 = 10$$

$$10 - 5 = 5$$

$$5 - 5 = 0$$

Изъ этого видно, что 5 можно вычесть изъ 20, 4 раза.

**Воп.** Посему, сколько разъ число 5 содержится въ 20?

**Отв.** 4 раза.

**Воп.** По таблицѣ умноженія, 4 раза 5 сколько составляютъ?

**Отв.** 20.

**Воп.** И такъ, чтобъ узнать сколько разъ 5 содержится въ 20, нужно ли вычитать 5 изъ 20, или можно узнать это проще?

**Отв.** Можно узнать проще, по таблицѣ умноженія.

**Воп.** Скажи, сколько разъ 5 содержится въ 15?

**Отв.** 3 содержится въ 15, 5 разъ.

**Воп.** Почему ты знаешь, что 3 содержится въ 15, 5 разъ?

**Отв.** Потому, что по таблицѣ умноженія 3 раза 5 будетъ 15.

**Воп.** Дано число 12. Нельзя ли раздробить или раздѣлить его на 3, или узнать изъ сколькихъ разъ 3 составлено 12.

**Отв.** 12 раздѣленное на 3 дастъ 4, ибо 3 раза 4 будетъ 12, слѣдовательно 12 состоитъ изъ 4 разъ 3.

**Воп.** По этому какимъ способомъ можно узнать, сколько разъ меньшее число содержится въ большемъ?

**Отв.** Дѣленіемъ.

**Воп.** И такъ, что значитъ раздѣлить одно число на другое?

**Отв.** Раздѣлить одно число на другое значитъ найти сколько разъ меньшее число содержится въ большемъ.

**Напримѣръ:** 10 дѣленное на 5 равно 2.  
25 дѣленное на 5 равно 5.  
42 дѣленное на 7 равно 6.

§ 39. Къ чему служитъ дѣленіе.

**Воп.** Положимъ, ты имѣешь 10 рублей и хочешь отдать ихъ 2 товарищамъ въ долгъ, такъ чтобы каждому досталось поровну. Сколько каждый изъ нихъ получить?

**Отв.** Каждый изъ нихъ получить 5 рублей.

**Воп.** По сему, если 10 рублей раздѣлить на 2, то оно уменьшится или увеличится?

**Отв.** Оно уменьшится.

**Воп.** Можешь ли ты узнать, во сколько разъ у тебя было болѣе денегъ, нежели у каждаго изъ двухъ твоихъ товарищей, которымъ ты далъ въ долгъ?

**Отв.** У меня было 10 рублей, а у каждаго изъ нихъ будетъ только 5 рублей, по сему у меня было въ два раза болѣе денегъ.

**Воп.** И такъ, къ чему служитъ дѣленіе?

**Отв.** Дѣленіе служитъ для того, чтобы узнавать во сколько разъ одно число болѣе другаго.

§ 40. Что называютъ дѣлимымъ, дѣлителемъ и частнымъ.

**Воп.** Возьми примѣръ: 8 дѣленное на 2 равно 4. Которое изъ этихъ чиселъ дѣлятъ?

**Отв.** Число 8.

**Воп.** Какъ же можно назвать число 8?

**Отв.** Дѣлимымъ.

**Воп.** По сему, какое число называется дѣлимымъ?

**Отв.** Дѣлимымъ называютъ то число, которое дѣлятъ.

**Воп.** Въ примѣрѣ: 8 дѣленное на 2 равно 4, на которое число ты дѣлишь дѣлимое?

**Отв.** На 2.

**Воп.** Какъ же можно назвать число 2?

**Отв.** Дѣлителемъ.

**Воп.** Посему, какое число называютъ дѣлителемъ?

**Отв.** Дѣлителемъ называютъ то число, на которое дѣлятъ.

**Воп.** Въ примѣрѣ: 8 дѣленное на 2 равно 4, которое число искомое?

**Отв.** Искомое число 4.

**Воп.** Можетъ ли быть искомое число болѣе дѣлимаго?

**Отв.** Нѣтъ не можетъ быть, ибо дѣлимое дѣлится или раздробляется, слѣдовательно искомое число всегда часть дѣлимаго.

**Воп.** Если искомое число есть часть дѣлимаго, то какъ можно назвать его?

**Отв.** Частнымъ.

**Воп.** И такъ, какое число называютъ частнымъ?

**Отв.** Частнымъ называютъ число, полученное отъ дѣленія.

## § 41. Знакъ, употребляемый въ дѣленіи.

**Воп.** Какой ставятъ знакъ для показанія, что одно число должно раздѣлить на другое?

**Отв.** Ставятъ двѣ точки (:). Этотъ знакъ называютъ знакомъ дѣленія.

**Напримѣръ:**  $15 : 3$  значитъ, что 15 должно раздѣлить на 3.

**Воп.** Что значитъ  $30 : 6 = 5$ ?

**Отв.** Что 30 дѣленное на 6 равно 5.

**Воп.** Напиши знаками: 18 дѣленное на 3 равно 6?

**Отв.** Это пишутъ такъ:  $18 : 3 = 6$ .

§ 42. Дѣленіе чиселъ, заключающихся въ таблицѣ умноженія.

**Воп.** Чему равно  $12 : 2$ ?

**Отв.** 6.

**Воп.** Почему  $12 : 2 = 6$ ?

**Отв.** Потому что по таблицѣ умноженія  $2 \times 6 = 12$ .

**Воп.** Чему равно  $6 : 3$ ?

**Отв.** 2.

**Воп.** Почему  $6 : 3 = 2$ ?

**Отв.** Потому что по таблицѣ умноженія  $3 \times 2 = 6$ .

**Воп.** Какъ называютъ въ умноженіи дѣлимое 6?

**Отв.** Произведеніемъ.

**Воп.** А дѣлителя 3?

**Отв.** Множимымъ.

**Воп.** А частное 2?

**Отв.** Множителемъ.

**Воп.** По этому, если дано произведеніе и множимое, можно ли найти множителя по таблицѣ умноженія?

**Отв.** Можно найти множителя, который и будет искомымъ числомъ въ дѣленіи.

**Воп.** И такъ, чтобы дѣлить всѣ произведенія, находящіяся въ таблицѣ умноженія, что для этого нужно знать?

**Отв.** Нужно только знать наизусть таблицу умноженія.

*Напримѣръ:*  $45 : 5 = 9$

$$72 : 9 = 8$$

$$35 : 7 = 5$$

§ 43. Дѣленіе чиселъ, не заключающихся въ таблицѣ умноженія.

**Воп.** Дано  $26 : 4$ . Сколько разъ содержится 4 въ 26?

**Отв.** 6 разъ, ибо  $4 \times 6 = 24$ .

**Воп.** Равное ли число разъ содержится 4 въ 26?

**Отв.** Нѣтъ не равное, ибо  $4 \times 6 = 24$ , а отъ 26 получается еще остатокъ 2.

**Воп.** Не содержится ли 4 въ 26, 7 разъ?

**Отв.** Не содержится, ибо  $4 \times 7 = 28$ .

**Воп.** И такъ, можно ли 26 раздѣлить на 4 безъ остатка?

**Отв.** Нельзя, ибо 4 содержится въ 26, 6 разъ, да еще получается остатокъ 2.

**Воп.** По сему, какъ раздѣлить число, когда дѣлитель не заключается въ немъ безъ остатка?

**Отв.** Должно отыскать сколько разъ дѣлитель можетъ помѣститься въ дѣлимомъ, и помноживъ дѣлителя на частное, произве-

деніе вычестъ изъ дѣлимаго, отъ чего получится остатокъ. Для удобства, по обѣ стороны дѣлимаго проводятъ черты сверху въ низъ, дѣлителя пишутъ съ лѣвой руки, а частное съ правой.

Напримѣръ:  $15 : 6$ .

$$\begin{array}{r} 6 \mid 15 \mid 2 \\ \underline{12} \\ 3 \end{array}$$

§ 44. Дѣленіе чиселъ, состоящихъ изъ нѣсколькихъ цифръ на одну цифру.

**Воп.** Дано  $48 : 4$ . Изъ сколькихъ десятковъ и единицъ состоитъ 48?

**Отв.** 48 состоитъ изъ 4 десятковъ и 8 единицъ.

**Воп.** 4 въ 4 десяткахъ сколько разъ содержится?

**Отв.** 10 разъ.

**Воп.** А 4 въ 8 единицахъ сколько разъ содержится?

**Отв.** 2 раза.

**Воп.** Сколько разъ ты дѣлилъ въ этомъ примѣрѣ?

**Отв.** Два раза.

**Воп.** Первый разъ какое число найдено частнымъ?

**Отв.** 10.

**Воп.** А второй разъ въ частномъ какое число найдено?

**Отв.** 2.

**Воп.** И такъ всего сколько разъ содержится 4 въ 48?

**Отв.** 12 разъ.

**Воп.** Сдѣлай этотъ же примѣръ на доскѣ, сначала подробно, а потомъ сокращенно?

**Отв.**  $48=40+8$ .

$$\begin{array}{r} 4 \mid 40+8 \mid 10+2 \\ 40 \\ \hline 8 \\ 8 \\ \hline 0 \end{array}$$

Или сокращенно:

$$\begin{array}{r} 4 \mid 48 \mid 12 \\ 4 \\ \hline 8 \\ 8 \\ \hline 0. \end{array}$$

**Воп.** Дано  $84 : 7$ . Сколько разъ 7 содержится въ 8?

**Отв.** 1 разъ.

**Воп.** Какой получится остатокъ?

**Отв.** 1.

**Воп.** Отъ какого разряда получился этотъ остатокъ?

**Отв.** Отъ десятковъ.

**Воп.** Посему какой будетъ остатокъ, простая единица или десятокъ?

**Отв.** Десятокъ.

**Воп.** Этотъ десятокъ, да еще 4 единицы дѣлимаго сколько составятъ единицъ?

**Отв.** 14.

**Воп.** Сколько разъ 7 содержится въ 14?

**Отв.** 2 раза.

**Воп.** И такъ, если получается остатокъ, то что съ нимъ нужно сдѣлать, что бы продолжать дѣленіе?

**Отв.** Нужно обратить его въ низшій разрядъ, прибавивъ къ нему цифру того же разряда въ дѣлимомъ.

**Воп.** Если требуется раздѣлить число, состоящее изъ нѣсколькихъ цифръ, на одну цифру, съ какого разряда должно начинать дѣленіе?

**Отв.** Съ высшаго, потому что отъ него можетъ получиться остатокъ, который, для продолженія дѣленія, слѣдуетъ обратить въ низшій разрядъ, снеся къ нему слѣдующую цифру дѣлимаго.

**Воп.** Какъ же раздѣлить число, состоящее изъ нѣсколькихъ цифръ, на одну цифру?

**Отв.** Для этого по обѣ стороны дѣлимаго провожу черты и дѣлителя пишу съ лѣвой руки. Потомъ смотрю сколько разъ дѣлитель содержится въ первой цифрѣ дѣлимаго, отъ лѣвой руки. Полученную цифру частного пишу по правую руку отъ дѣлимаго и на нее умножаю дѣлителя. Произведеніе подписываю подъ первою цифрою дѣлимаго и вычитаю. Если остатка не будетъ, то сношу слѣдующую цифру дѣлимаго, а если будетъ остатокъ, то сношу сію цифру къ этому остатку и полученное число опять дѣлю на дѣлителя, и такъ далѣе продолжаю, пока всѣ цифры дѣлимаго будутъ снесены.

*Примѣры:*  $6 \mid 68 \mid 11 \quad 8 \mid 908 \mid 113$

6	8
—	—
8	10
6	8
—	—
2	28
	24
	—
	4.

**Воп.** Раздѣли 35 на 6. Содержится ли 6 въ первой цифрѣ дѣлимаго?

**Отв.** Нѣтъ не содержится.

**Воп.** Но содержится ли 6 въ обѣихъ цифрахъ дѣлимаго?

**Отв.** Содержится.

**Воп.** Сколько разъ 6 содержится въ 35?

**Отв.** 5 разъ.

**Воп.** Какой будетъ остатокъ?

**Отв.**  $5 \times 6 = 30$ . Вычтя 30 изъ 35, получаю остатокъ 5.

**Воп.** Посему, какъ поступать, если дѣлитель не содержится въ первой цифрѣ дѣлимаго?

**Отв.** Тогда должно смотрѣть, сколько разъ дѣлитель содержится въ двухъ первыхъ цифрахъ дѣлимаго.

*На примѣръ:*  $8 \mid 208 \mid 26$

16

—

48

48

—

0

§ 45. Дѣленіе чиселъ, состоящихъ изъ нѣсколькихъ цифръ, на нѣсколько цифръ.

**Воп.** Дано  $545:12$ . Можетъ ли дѣлитель  $12$  содержаться въ первой цифрѣ дѣлимаго?

**Отв.** Нѣтъ не можетъ.

**Воп.** Сколько же цифръ должно отмѣтить въ дѣлимомъ, чтобы дѣлитель въ нихъ содержался?

**Отв.** Должно отмѣтить по крайней мѣрѣ столько цифръ сколько въ дѣлителѣ, а если и тогда дѣлитель не содержится, то еще прибавить одну цифру.

**Воп.** Содержится ли  $12$  въ  $34$ ?

**Отв.** Содержится, потому что  $34$  болѣе  $12$ .

**Воп.** Изъ сколькихъ десятковъ и единицъ состоятъ  $34$  и  $12$ ?

**Отв.**  $34 = 30 + 4$ .

$$12 = 10 + 2.$$

**Воп.** Сколько разъ  $10$  содержится въ  $30$ ?

**Отв.** 3 раза.

**Воп.** Но можно ли задаться 3 раза?

**Отв.** Нѣтъ нельзя, ибо  $3 \times 10 = 30$ , да  $3 \times 2 = 6$ , слѣдовательно произведение будетъ  $36$ , болѣе дѣлимаго.

**Воп.** Сколько же разъ должно задаться?

**Отв.** 2 раза.

**Воп.** Какой получится остатокъ?

**Отв.**  $2 \times 12 = 24$ ; вычтя  $24$  изъ  $34$  получу остатокъ  $10$ .

**Воп.** Скажи, какъ узнавать сколько разъ дѣлитель содержится въ отмѣченныхъ цифрахъ дѣлимаго?

**Отв.** Для этого смотрю сколько разъ цифра высшаго званія дѣлителя содержится въ одной цифрѣ высшаго званія дѣлимаго, или, если въ ней не содержится, то въ двухъ цифрахъ высшаго званія дѣлимаго. Найдя, сколько разъ цифра дѣлителя содержится въ одной или въ двухъ цифрахъ дѣлимаго, должно полученную цифру частнаго помножить въ умѣ на дѣлителя, и смотрѣть не будетъ ли произведеніе болѣе отмѣченныхъ цифрѣ дѣлимаго. Если оно болѣе, то должно задаваться менѣе.

**Воп.** Когда ты помножишь первую цифру частнаго на дѣлителя, и произведеніе вычтешь изъ отмѣченныхъ цифрѣ дѣлимаго, какъ потомъ продолжать дѣленіе?

**Отв.** Потомъ продолжаю дѣленіе такимъ же образомъ. Къ остатку сношу цифру дѣлимаго и смотрю сколько разъ дѣлитель содержится въ полученномъ числѣ. Задаюсь въ частномъ, произведеніе вычитаю и такъ далѣе.

**Воп.** И такъ, какъ раздѣлить число, состоящее изъ нѣсколькихъ цифрѣ, на нѣсколько цифрѣ?

**Отв.** Должно въ дѣлимомъ отмѣтить запятою столько цифрѣ, отъ лѣвой руки къ правой, сколько въ дѣлителѣ. Если дѣлитель въ этихъ цифрахъ не содержится, то прибавляю еще одну цифру. Потомъ смотрю, сколько разъ дѣлитель содержится въ отмѣченныхъ цифрахъ дѣлимаго, и задаюсь. На цифру частнаго помножаю дѣ-

лителя, произведеиіе пишу подь отмѣченными цифрами дѣлимаго и вычитаю изъ нихъ. Къ остатку сношу слѣдующую цифру дѣлимаго, опять задаюсь, и такъ продолжаю, пока всѣ цифры дѣлимаго будутъ снесены.

**Примъры:**

47   1'2'0,508   2564	347   7'48,1672   21561
94	694
<hr style="width: 100%;"/>	<hr style="width: 100%;"/>
265	541
235	347
<hr style="width: 100%;"/>	<hr style="width: 100%;"/>
3'0'0	1946
282	1735
<hr style="width: 100%;"/>	<hr style="width: 100%;"/>
188	21'77
188	2082
<hr style="width: 100%;"/>	<hr style="width: 100%;"/>
0	35'2
	347
	<hr style="width: 100%;"/>
	5

**Воп.** Раздѣли 1508 на 12?

**Отв.** Для сего по обѣ стороны дѣлимаго проведу черту и дѣлителя напишу съ лѣвой руки:

$$\begin{array}{r}
 12 \mid 1508 \mid 109 \\
 \underline{12} \\
 108 \\
 \underline{108} \\
 0.
 \end{array}$$

Задаюсь 1; къ остатку снесу 0, получу 10; дѣлитель не содержится въ 10.

**Воп.** Какой разрядъ замѣщаетъ 0 въ дѣлимомъ?

**Отв.** Десятки.

**Воп.** Посему, какого разряда **10**, которые требуется раздѣлить?

**Отв.** **10** десятковъ.

**Воп.** Если дѣлитель не содержится въ этихъ **10** десяткахъ, то могутъ ли быть десятки въ частномъ?

**Отв.** Нѣтъ не могутъ быть.

**Воп.** Что же должно написать въ частномъ, для показанія, что нѣтъ десятковъ?

**Отв.** **0**.

**Воп.** Посему, какъ поступать, если снеся къ остатку цифру дѣлимаго, дѣлитель не будетъ содержаться въ полученномъ числѣ?

**Отв.** Должно въ частномъ написать **0**, и снести слѣдующую цифру дѣлимаго.

### П р и м ѣ р ы :

398	2001,94	503	379	784,636125	2070280
	<u>1990</u>			<u>758</u>	
	1194			2663	
	<u>1194</u>			<u>2653</u>	
	0			1061	
				<u>758</u>	
				3032	
				<u>3032</u>	
				5.	

**Воп.** Требуется **15 : 7**. Сколько разъ **7** содержится въ **15**?

**Отв.** **2** раза.

**Воп.** Вмѣсто того чтобы задаться **2**, задайся **1**. Какой получится остатокъ?

**Отв.** Если задаться **1**, то  $1 \times 7$  будетъ **7**, и въ остаткѣ получится **8**.

**Воп.** Этотъ остатокъ болѣе или менѣе дѣлителя?

**Отв.** Болѣе дѣлителя; 7 еще разъ содержится въ 8.

**Воп.** Отчего же получился остатокъ болѣе дѣлителя?

**Отв.** Отъ того что мало задались.

**Воп.** Посему, какъ узнать не мало ли ты задайся въ частномъ?

**Отв.** Если мало задайся, то остатокъ будетъ болѣе дѣлителя, и тогда должно цифру частнаго увеличить единицею. Если же задайся вѣрно, то остатокъ всегда менѣе дѣлителя.

**Воп.** Раздѣли 458 на 10?

**Отв.** Получу:

$$\begin{array}{r} 10 \mid 458 \mid 45 \\ \underline{40} \\ 58 \\ \underline{50} \\ 8. \end{array}$$

**Воп.** Какая цифра дѣлимаго получилась въ остаткѣ?

**Отв.** Последняя цифра дѣлимаго отъ правой руки.

**Воп.** А какія цифры дѣлимаго получились въ частномъ?

**Отв.** Прочія цифры дѣлимаго отъ лѣвой руки.

**Воп.** Раздѣли 458 на 100?

**Отв.** Получу:

$$\begin{array}{r} 100 \mid 458 \mid 4 \\ \underline{400} \\ 58 \end{array}$$

**Воп.** А какія цифры дѣлимаго получились въ остаткѣ?

**Отв.** Двѣ послѣднія отъ правой руки.

**Воп.** А въ частномъ?

**Отв.** Остальная цифра отъ лѣвой руки.

**Воп.** Когда ты дѣлилъ на 10 сколько цифръ получилось въ остаткѣ?

**Отв.** Одна.

**Воп.** А когда дѣлилъ на 100?

**Отв.** Двѣ.

**Воп.** И такъ, когда дѣлишь на 10, на 100, сколько цифръ получаютъ въ остаткѣ?

**Отв.** Столько сколько въ дѣлителѣ нулей.

**Воп.** Которыя же цифры дѣлимаго получаютъ въ остаткѣ?

**Отв.** Въ остаткѣ получаютъ одна или двѣ цифры дѣлимаго отъ правой руки.

**Воп.** А въ частномъ какія получаютъ цифры?

**Отв.** Въ частномъ получаютъ остальные цифры дѣлимаго отъ лѣвой руки.

**Воп.** Посему, какъ всякое число раздѣлить на 10, на 100, на 1000 и такъ далѣе?

**Отв.** Должно только въ дѣлимомъ числѣ отмѣтить отъ правой руки столько цифръ, сколько въ дѣлителѣ нулей. Цифры по лѣвую руку отъ запятой будутъ въ частномъ, а по правую въ остаткѣ.

*Напримѣръ:*  $5796 : 10 = 579$  и остатокъ 6.

$5796 : 100 = 57$  и остатокъ 96.

$5796 : 1000 = 5$  и остатокъ 796.

**Воп.** Раздѣли 340 на 20?

$$\begin{array}{r}
 \text{Отв.} \qquad 20 \mid 340 \mid 17 \\
 \qquad \qquad \qquad 20 \\
 \hline
 \qquad \qquad \qquad 140 \\
 \qquad \qquad \qquad 140 \\
 \hline
 \qquad \qquad \qquad 0.
 \end{array}$$

**Воп.** Сколько получилось въ частномъ?

**Отв.** 17.

**Воп.** Зачеркни теперь по нулю въ дѣлимомъ и дѣлителѣ, и раздѣли 34 на 2, какое будетъ частное?

$$\begin{array}{r}
 \text{Отв.} \qquad 2 \mid 34 \mid 17 \\
 \qquad \qquad \qquad 2 \\
 \hline
 \qquad \qquad \qquad 14 \\
 \qquad \qquad \qquad 14 \\
 \hline
 \qquad \qquad \qquad 0.
 \end{array}$$

Частное будетъ также 17.

**Воп.** И такъ все ли равно, что раздѣлить 340 на 20 или 34 на 2?

**Отв.** Все равно.

**Воп.** Зачеркивая по нулю въ дѣлимомъ и дѣлителѣ, во сколько разъ ты ихъ уменьшаешь?

**Отв.** Въ 10 разъ.

**Воп.** Но 340 было въ 17 разъ болѣе 20, а 34 будетъ ли также въ 17 разъ болѣе 2?

**Отв.** 34 будетъ также въ 17 разъ болѣе 2, ибо я уменьшилъ 340 и 20 по ровну.

**Воп.** Раздѣли 3400 на 20?

**Отв.** Зачеркну по нулю въ дѣлимомъ и въ дѣлителѣ и раздѣлю:

$$\begin{array}{r}
 2 \mid 340 \mid 170 \\
 2 \\
 \hline
 14 \\
 14 \\
 \hline
 0.
 \end{array}$$

**Воп.** Почему же ты не зачеркнулъ двухъ нулей въ дѣлимомъ.

**Отв.** Потому что въ дѣлительъ только одинъ нуль, а чтобы частное не измѣнилось должно какъ дѣлимое такъ и дѣлитель уменьшить поровну.

**Воп.** И такъ, какъ раздѣлить одно на другое два числа, оканчивающіяся нулями?

**Отв.** Должно въ дѣлимомъ и въ дѣлительъ зачеркнуть равное число нулей, а остальные цифры раздѣлить по правиламъ.

**Примѣръ:**

$$\begin{array}{r}
 2400 \mid 85592000 \mid 35580 \\
 72 \\
 \hline
 155 \\
 120 \\
 \hline
 139 \\
 120 \\
 \hline
 192 \\
 192 \\
 \hline
 0.
 \end{array}$$

### Задача.

Цѣнность шерсти на ярмаркѣ въ Харьковѣ составляла 2,072,000 р. Полагая, что за пудъ дадутъ среднимъ числомъ 14 р., спрашивается какъ великъ былъ привозъ всей шерсти?

## Г Л А В А VII.

### Повѣрка умноженія и дѣленія.

§ 46. Какъ дѣлается повѣрка умноженія.

*Воп.* Дано  $12 \times 5$ . Какое будетъ произведение?

*Отв.* Произведение будетъ 60.

*Воп.* Если же дано произведение 60 и одинъ сомножитель 5, можно ли найти другой сомножитель?

*Отв.* Стоитъ только раздѣлить 60 на 5, и получится другой сомножитель 12.

*Воп.* Но если бы ты ошибся въ умноженіи, и отъ  $12 \times 5$  получилъ произведение другое, хоть 50, нашель ли бы тогда сомножителя 12?

*Отв.* Нѣтъ не нашель бы, ибо тогда  $50 : 5 = 10$ , а не 12.

*Воп.* И такъ, какъ можно дѣлать повѣрку умноженія?

*Отв.* Чрезъ дѣленіе. Должно произведение раздѣлить на одинъ изъ сомножителей. Если умноженіе сдѣлано вѣрно, то въ частномъ получится другой сомножитель.

**Примѣръ:**

$$\begin{array}{r}
 3081 \\
 \times 98 \\
 \hline
 24648 \\
 27729 \\
 \hline
 98 \mid 301938 \mid 3081. \\
 294 \\
 \hline
 793 \\
 784 \\
 \hline
 98 \\
 98 \\
 \hline
 0.
 \end{array}$$

§ 47. Какъ дѣлается повѣрка дѣленія.

**Воп.** Дано  $60 : 5$ . Какое получится частное?

**Отв.** Частное получится **12**.

**Воп.** Если же дано частное **12** и дѣлитель **5**, можно ли найти дѣлимое?

**Отв.** Стоитъ только помножить **12** на **5**, и получится дѣлимое **60**.

**Воп.** Но если ты ошибся въ дѣленіи, и отъ  $60 : 5$  получишь другое частное, хоть **11**, получишь ли ты тогда дѣлимое **60**?

**Отв.** Нѣтъ не получу, ибо тогда  $11 \times 5 = 55$ , а не **60**.

**Воп.** И такъ, какъ можно дѣлать повѣрку дѣленія?

**Отв.** Черезъ умноженіе. Должно дѣлителя подписать подъ частное и помножить. Если

дѣленіе было сдѣлано вѣрно, то въ произведеніи получится дѣлимое.

**Примѣръ:**

$$\begin{array}{r|l}
 18 & 5 \cdot 150 \quad | \quad 175 \\
 & 18 \quad \times 18 \\
 \hline
 & 155 \quad 1400 \\
 & 126 \quad 175 \\
 \hline
 & 90 \quad 5150. \\
 & 90 \\
 \hline
 & 0.
 \end{array}$$

**Воп.** Требуется  $64 : 5$ . Сколько разъ 5 содержится въ 64?

**Отв.** 12 разъ, ибо  $12 \times 5 = 60$ .

**Воп.** Какой получится остатокъ?

**Отв.** 4.

**Воп.** Посему при повѣркѣ дѣленія, если умножить 12 на 5, получится ли дѣлимое?

**Отв.** Нѣтъ не получится, потому что 5 заключаются въ 64, 12 разъ, да еще имѣется остатокъ 4.

**Воп.** Что же должно сдѣлать, чтобъ получить дѣлимое?

**Отв.** Должно къ произведенію частнаго на дѣлителя приложить остатокъ.

**Воп.** И такъ, какъ повѣрить дѣленіе, отъ котораго получился остатокъ?

**Отв.** Должно частное помножить на дѣлителя и къ произведенію приложить остатокъ.

Если дѣленіе сдѣлано вѣрно, то получится дѣлимое.

*Примѣръ:*

$$\begin{array}{r}
 9 \mid 897859 \mid 99759 \\
 \underline{81} \qquad \qquad \times 9 \\
 87 \qquad 897851 \\
 \underline{81} \qquad \qquad + 8 \\
 68 \qquad 897859. \\
 65 \\
 \hline
 55 \\
 45 \\
 \hline
 89 \\
 81 \\
 \hline
 8.
 \end{array}$$

## Г Л А В А VIII.

### ● дробяхъ.

#### § 48. Значеніе дроби.

**Воп.** Возьму одну линію и раздѣлю её на пять равныхъ частей:

Если принять всю эту линію за цѣлое, или за единицу, то какъ будетъ называться каждая часть?

**Отв.** Одною пятою.

**Воп.** А если взять двѣ части, то какъ ихъ говорить?

**Отв.** Двѣ пятыхъ.

**Воп.** Прочія же части цѣлой линіи или единицы, какъ будутъ называться?

**Отв.** Три пятыхъ, четыре пятыхъ и пять пятыхъ или единица.

**Воп.** Я раздѣлил или *раздробилъ* линію на части, посему какое можно дать общее названіе частямъ?

**Отв.** Части единицы можно называть вообще *дробями*.

**Воп.** И такъ что называется дробью?

**Отв.** Дробью называется одна или нѣсколько равныхъ частей единицы.

### § 49. Какъ дроби пишутся.

**Воп.** Возьмемъ дробь двѣ пятыхъ. Эта дробь означаетъ, что единица была раздѣлена на пять частей и такихъ частей взято двѣ. По этому, сколькими цифрами можно изобразить дробь?

**Отв.** Двумя цифрами.

**Воп.** Какъ же можно написать всякую дробь?

**Отв.** Всякую дробь можно написать двумя цифрами, одну подъ другою, отдѣляя ихъ чертою.

**Напримльръ:**  $\frac{1}{5}$  значить одна пятая.

$\frac{2}{5}$  значать двѣ пятыхъ.

$\frac{3}{5}$  » три «

$\frac{4}{5}$  « четыре »

$\frac{5}{5}$  « пять »

### § 50. Что показываютъ знаменатель и числитель.

**Воп.** Возьми дробь  $\frac{1}{3}$ . Какъ выговорить эту дробь?

**Отв.** Одна треть.

**Воп.** Цифра 3 означает или *знаменуетъ*, что единица раздѣлена на три части; по этому какъ можно назвать нижнюю цифру дроби?

**Отв.** *Знаменателемъ.*

**Воп.** Посему, что показываетъ знаменатель?

**Отв.** Знаменатель показываетъ на сколько частей раздѣлена единица.

*Напримѣръ:* въ дроби  $\frac{1}{2}$ , единица раздѣлена на двѣ части.

въ дроби  $\frac{5}{6}$ , единица раздѣлена на шесть частей.

**Воп.** Въ дроби  $\frac{1}{3}$ , знаменатель показываетъ, что единица раздѣлена на три части, а что показываетъ верхняя цифра?

**Отв.** Сколько такихъ частей взято, или *число частей.*

**Воп.** Посему, какъ можно назвать верхнюю цифру дроби?

**Отв.** *Числителемъ.*

**Воп.** Что же показываетъ числитель?

**Отв.** Числитель показываетъ сколько взято частей единицы.

*Напримѣръ:* въ дроби  $\frac{1}{7}$  взята одна часть единицы.

въ дроби  $\frac{8}{9}$  взяты восемь частей единицы.

### § 51. Другое значеніе дроби.

**Воп.** Положимъ требуется раздѣлить 2 на 3. Число 2 состоитъ изъ двухъ единицъ, а

потому его можно представить двумя линиями:

Каждая из сихъ линій что представляет?

*Отв.* Одну единицу.

*Воп.* А обѣ вмѣстѣ?

*Отв.* Двѣ единицы.

*Воп.* Раздѣлю каждую изъ этихъ линій на три части:

Сколько всѣхъ частей будетъ въ цѣлой линіи?

*Отв.* Шесть.

*Воп.* Посему, третья часть цѣлой линіи или шести сколько заключаетъ частей одной линіи?

*Отв.* Двѣ трети одной линіи.

*Воп.* И такъ, въ дроби  $\frac{2}{3}$ , что представляетъ числитель 2?

*Отв.* Что единица взята 2 раза.

*Воп.* А знаменатель 3?

*Отв.* Что сумма этихъ двухъ единицъ раздѣлена на 3.

*Воп.* Посему, какими двумя способами можно представлять себѣ значеніе дроби?

*Отв.* Значеніе дроби можно представлять себѣ двумя способами: во первыхъ, что единица раздѣлена на столько частей, сколько показываетъ знаменатель, и что такихъ частей взято столько, сколько показываетъ числитель; во вторыхъ, что единица взята столько разъ, сколько показываетъ числитель, а что сумма раздѣлена на столь-

ко частей, сколько показываетъ знаменатель.

**Напримѣръ:** дробь  $\frac{5}{7}$  показываетъ:

во первыхъ, что единица раздѣлена на 7 частей и такихъ частей взято 5;

во вторыхъ, что 5 единицъ раздѣлены на 7 частей.

§ 52. Какимъ числамъ въ дѣленіи соотвѣствуютъ числитель, знаменатель и дробь.

**Воп.** Дробь  $\frac{3}{4}$  представляетъ, что 3 единицы раздѣлены на 4, посему что показываетъ черточка между числителемъ и знаменателемъ?

**Отв.** Черточка показываетъ, что числитель раздѣленъ на знаменателя.

**Воп.** Посему, какимъ знакомъ можно замѣнить черточку?

**Отв.** Знакомъ дѣленія.

**Воп.** Какъ же можно еще написать  $\frac{3}{4}$ ?

**Отв.** Можно написать такъ: 3:4.

**Воп.** Посему, числитель 3 какое будетъ число въ дѣленіи?

**Отв.** Дѣлимое.

**Воп.** А знаменатель 4?

**Отв.** Дѣлитель.

**Воп.** Можно ли найти частное, раздѣливъ 3 на 4?

**Отв.** Нѣтъ нельзя, потому что 3 меньше 4.

**Воп.** А нельзя ли представить частное знаками?

**Отв.** Можно написать, что 3 раздѣлено на 4, такъ: 3:4, или въ видѣ дроби:  $\frac{3}{4}$ .

**Воп.** Посему, вся дробь какое означает число въ дѣленіи?

**Отв.** Дробь означает частное, происшедшее отъ раздѣленія числителя на знаменателя.

**Напримльръ:** Въ дроби  $\frac{5}{7}$ , 5 есть дѣлимое, 7 дѣлитель, а  $\frac{5}{7}$  частное.

§ 53. Правильныя, неправильныя и смѣшанныя дроби.

**Воп.** Возьму одну линію и раздѣлю ее на три равныя части:

Сколько третьихъ частей будетъ въ цѣлой линіи?

**Отв.**  $\frac{3}{3}$ .

**Воп.** А если бы единицу раздѣлить на 4 части, то сколько въ ней будетъ четвертыхъ частей?

**Отв.**  $\frac{4}{4}$ .

**Воп.** Въ дробяхъ  $\frac{3}{3}$ ,  $\frac{4}{4}$ , числитель менѣе или болѣе знаменателя?

**Отв.** Числитель равенъ знаменателю.

**Воп.** Посему, когда дробь бываетъ равна единицѣ?

**Отв.** Когда числитель равенъ знаменателю, ибо тогда числитель, раздѣленный на знаменателя, даетъ въ частномъ 1.

**Напримльръ:**  $\frac{5}{5}=1$ ,  $\frac{7}{7}=1$ ,  $\frac{15}{15}=1$ .

**Воп.** Возьмемъ опять прежнюю линію. Назови всѣ части этой линіи, которыя менѣе единицы?

**Отв.**  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{2}{3}$ .

**Воп.** Въ этихъ дробяхъ, числитель менѣе или болѣе знаменателя?

**Отв.** Менѣе.

**Воп.** Посему, какія дроби менѣе единицы?

**Отв.** У которыхъ числитель менѣе знаменателя, ибо тогда числитель не дѣлится на знаменателя.

**Напримѣръ:**  $\frac{3}{5}$ ,  $\frac{5}{7}$ ,  $\frac{8}{9}$ ,  $\frac{11}{13}$ .

**Воп.** Возьмемъ прежнюю линію. Если къ ней прибавить еще одну треть, то въ новой линіи сколько будетъ третей?

**Отв.**  $\frac{4}{3}$ .

**Воп.**  $\frac{4}{3}$  болѣе или менѣе единицы?

**Отв.** Болѣе.

**Воп.** Чѣмъ  $\frac{4}{3}$  болѣе 1?

**Отв.**  $\frac{1}{3}$ , ибо 4, раздѣленное на 3, даетъ въ частномъ 1 и  $\frac{1}{3}$ .

**Воп.** Въ дроби  $\frac{4}{3}$ , числитель болѣе или менѣе знаменателя?

**Отв.** Болѣе.

**Воп.** И такъ, какія дроби болѣе единицы?

**Отв.** У которыхъ числитель болѣе знаменателя, ибо тогда получается въ частномъ 1 съ дробью.

**Воп.** Повтори, какихъ трехъ родовъ бываютъ дроби?

**Отв.** Дроби бываютъ трехъ родовъ: менѣе единицы, равныя единицѣ и болѣе единицы.

**Воп.** Которая же изъ этихъ дробей есть настоящая дробь, составляющая часть единицы?

**Отв.** Та, которая менѣе единицы.

**Воп.** Какъ же можно назвать эту дробь?

- Отв.** *Правильною.*
- Воп.** Посему, какія дроби называются правильными?
- Отв.** Правильными дробями называются тѣ, которыя менѣе единицы, или которыхъ числитель менѣе знаменателя.
- Напримльръ:*  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{3}{5}$ ,  $\frac{6}{7}$ ,  $\frac{13}{15}$ .
- Воп.** Какъ же назвать дроби, которыя равны или болѣе единицы?
- Отв.** *Неправильными.*
- Воп.** И такъ, какія дроби называются неправильными?
- Отв.** Неправильными дробями называются тѣ, которыя равны или болѣе единицы, то есть у которыхъ числитель равенъ или болѣе знаменателя.
- Напримльръ:*  $\frac{3}{3}$ ,  $\frac{5}{5}$ ,  $\frac{8}{7}$ ,  $\frac{9}{8}$ ,  $\frac{15}{11}$ .
- Воп.** Возьмемъ дробь  $\frac{4}{3}$ . Раздѣли въ самомъ дѣлѣ 4 на 3?
- Отв.** Раздѣливъ 4 на 3, получаю въ частномъ 1 и въ остаткѣ 1
- Воп.** Остатокъ 1 нельзя раздѣлить на 3 на самомъ дѣлѣ, а потому изобрази дѣленіе дробью. Какое получится частное?
- Отв.**  $\frac{4}{3}$  будетъ равно  $1\frac{1}{3}$ .
- Воп.** Дробь  $1\frac{1}{3}$  съ какою дробью одинакова?
- Отв.** Съ неправильною дробью  $\frac{4}{3}$ .
- Воп.** Но она имѣетъ другой видъ: изъ какихъ двухъ родовъ чиселъ она составлена?
- Отв.** Изъ цѣлаго числа и дроби.
- Воп.** По этому, какъ можно ее назвать?
- Отв.** *Смѣшанною.*
- Воп.** Что же называется смѣшанною дробью?

**Отв.** Смѣшанною дробью называется такая дробь, которая составлена изъ цѣлаго числа и дроби.

**Напримльръ:**  $1\frac{3}{5}$ ,  $2\frac{7}{8}$ ,  $4\frac{1}{4}$ ,  $18\frac{11}{13}$ .

§ 54. Какъ неправильную дробь привести въ смѣшанную.

**Воп.** Дана дробь  $\frac{35}{6}$ . Какая это дробь?

**Отв.** Неправильная.

**Воп.** Какъ узнать во сколько разъ въ ней числитель болѣе знаменателя?

**Отв.** Должно числителя раздѣлить на знаменателя: въ частномъ получу 5 цѣлыхъ и  $\frac{5}{6}$ .

**Воп.** И такъ  $55 : 6$  или дробь  $\frac{35}{6}$  чему равно?

**Отв.**  $\frac{35}{6} = 5\frac{5}{6}$ .

**Воп.** Какъ же направиленную дробь привести въ смѣшанную?

**Отв.** Должно раздѣлить числителя на знаменателя и приписать къ частному остатокъ, раздѣленный на знаменателя.

**Напримльръ:**  $\frac{215}{8} = 26\frac{7}{8}$ .

§ 55. Какъ смѣшанную дробь привести въ неправильную.

**Воп.** Дана смѣшанная дробь  $3\frac{7}{8}$ ; требуется привести ее въ неправильную. Въ этой смѣшанной дроби уже находится правильная дробь  $\frac{7}{8}$ . Остается обратить въ дробь число 3. Сколько восьмыхъ частей содержится въ 1?

**Отв.**  $\frac{8}{8}$ .

**Воп.** Сколько же восьмыхъ частей содержится въ 3 единицахъ?

**Отв.** Въ 3 раза болѣе, то есть  $24/8$ .

**Воп.** И такъ 3 единицы равны сколькимъ восьмымъ частямъ?

**Отв.**  $24/8$ .

**Воп.** Въ данной дроби находится еще  $7/8$ , следовательно вся дробь  $37/8$  чему равна?

**Отв.**  $37/8 = 31/8$ .

**Воп.** И такъ, какъ привести смѣшанную дробь въ неправильную?

**Отв.** Должно цѣлое число помножить на знаменателя дроби, къ произведенію приложить числителя и подъ суммою подписать знаменателя.

*Напримѣръ:*  $7\frac{1}{6} = \frac{43}{6}$ , ибо  $7 = \frac{42}{6}$ , да  $\frac{1}{6}$ , будетъ  $\frac{43}{6}$ ,  $9\frac{5}{7} = \frac{68}{7}$ ,  $18\frac{2}{3} = \frac{56}{3}$ .

## Г Л А В А IX.

### Свойство дробей.

§ 56. Дробь не перемѣняетъ своей величины, когда числитель и знаменатель дроби помножатся на одно какое либо число.

**Воп.** Возьму прямую линію и раздѣлю ее пополамъ:

Какъ будетъ называться каждая часть?

**Отв.**  $\frac{1}{2}$ .

**Воп.** А вся линія?

**Отв.**  $\frac{2}{2}$ .

**Воп.** Раздѣлю теперь каждую часть той же линіи еще на двѣ части:

---

Сколько всѣхъ частей будетъ въ цѣлой линіи?

**Отв.** 4.

**Воп.** Какъ же будетъ называться каждая часть?

**Отв.**  $\frac{1}{4}$ .

**Воп.** Сколько четвертей будетъ въ цѣлой линіи?

**Отв.**  $\frac{4}{4}$ .

**Воп.** Но цѣлая линія равна также  $\frac{2}{2}$ , посему эти двѣ дроби равны ли между собою?

**Отв.**  $\frac{2}{2} = \frac{4}{4}$ .

**Воп.** Въ половинѣ всей линіи сколько содержится четвертыхъ частей?

**Отв.**  $\frac{2}{4}$ .

**Воп.** Посему  $\frac{1}{2}$  сколькимъ равна четвертямъ?

**Отв.**  $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$ .

**Воп.** Раздѣлю теперь каждую часть данной линіи еще пополамъ:

---

Цѣлая линія какою дробью изобразится?

**Отв.**  $\frac{8}{8}$ .

**Воп.** А половина линіи?

**Отв.**  $\frac{4}{8}$ .

**Воп.** Какія же получатся равныя дроби?

**Отв.** Получатся:  $\frac{2}{2} = \frac{4}{4} = \frac{8}{8}$ .  
 $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$ .

**Воп.** Равны ли между собою дроби первой строки и дроби второй строки?

**Отв.** Равны.

**Воп.** Чѣмъ же онѣ различаются между собою?

**Отв.** Онѣ различаются между собою только однимъ видомъ.

**Воп.** Чѣмъ различаются дроби перваго столбца отъ дробей втораго столбца?

**Отв.** Тѣмъ, что во второмъ столбцѣ числитель и знаменатель каждой дроби вдвое болѣе числителя и знаменателя дробей перваго столбца.

**Воп.** Какъ привести дроби перваго столбца въ дроби втораго столбца?

**Отв.** Умноженіемъ числителя и знаменателя на два.

**Воп.** Чѣмъ различаются дроби перваго столбца отъ дробей третьяго столбца.

**Отв.** Тѣмъ, что въ третьемъ столбцѣ, числитель и знаменатель каждой дроби вчетверо болѣе числителя и знаменателя дробей перваго столбца.

**Воп.** Какъ привести дроби перваго столбца въ дроби третьяго столбца?

**Отв.** Умноженіемъ числителя и знаменателя на 4.

**Воп.** И такъ, если числителя и знаменателя дроби помножить на одно и тоже число, то дробь перемѣнитъ ли свою величину?

**Отв.** Нѣтъ не перемѣнитъ.

**Воп.** Посему, когда дробь не перемѣняетъ своей величины?

**Отв.** Когда числитель и знаменатель дроби помножатся на одно и тоже число.

**Напримѣръ:**  $\frac{3}{3} = \frac{6}{6} = \frac{12}{12}$ .

$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{4}{12}$ .

§ 57. Дробь не перемѣняетъ своей величины когда числитель и знаменатель раздѣлятся на одно какое либо число.

**Воп.** Возьмемъ опять прежніе три столбца дробей:

$$2/2 = 4/4 = 8/8.$$

$$1/2 = 2/4 = 4/8.$$

Чѣмъ различаются дроби третьяго столбца отъ дробей втораго столбца?

**Отв.** Тѣмъ, что во второмъ столбцѣ числитель и знаменатель каждой дроби вдвое менѣе числителя и знаменателя дробей третьяго столбца.

**Воп.** Какъ привести дроби третьяго столбца въ дроби втораго столбца?

**Отв.** Раздѣленіемъ числителя и знаменателя на 2.

**Воп.** Чѣмъ различаются дроби третьяго столбца отъ дробей перваго столбца?

**Отв.** Тѣмъ, что числитель и знаменатель дробей перваго столбца вчетверо менѣе числителя и знаменателя дробей третьяго столбца.

**Воп.** Какъ привести дроби третьяго столбца въ дроби перваго столбца?

**Отв.** Раздѣленіемъ числителя и знаменателя на 4.

**Воп.** И такъ, если числителя и знаменателя дроби раздѣлить на одно и тоже число, то дробь перемѣнитъ ли свою величину?

**Отв.** Нѣтъ не перемѣнитъ.

**Воп.** Посему, когда еще дробь не перемѣняетъ своей величины?

**Отв.** Когда числитель и знаменатель дроби раздѣлятся на одно и тоже число.

**Примѣры:**  $12/12 = 6/6 = 3/3.$

$$6/12 = 3/6 = 1/2.$$

## ГЛАВА X.

### Сокращеніе дробей.

§ 58. Къ чему служить сокращеніе дробей.

**Воп.** Три дроби:  $6/12 = 3/6 = 1/2$  равны между собою, но которая изъ нихъ проще?

**Отв.** Дробь  $1/2$  проще, ибо написана меньшими числами.

**Воп.** Посему, если бы пришлось брать дробныя числа, то изъ нѣсколькихъ равныхъ дробей, которую удобнѣе взять для счета?

**Отв.** Ту, которая проще.

**Воп.** Но нельзя ли дробь, написанную большими числами, привести въ простѣйшую, или *сократить*, не перемѣняя ея величины?

**Отв.** Можно: стоитъ только числителя и знаменателя данной дроби раздѣлить на одно и тоже число.

**Воп.** Почему же дробь не перемѣнитъ тогда своей величины?

**Отв.** Потому что дробь не перемѣняетъ своей величины, когда числитель и знаменатель ея раздѣлятся на одно и тоже число.

**Воп.** И такъ, для чего служить сокращеніе дробей?

**Отв.** Сокращеніе дробей служить для того, чтобы дроби, написанныя большими числами, приводить въ простѣйшія.

§ 59. Признаки дѣлимости чиселъ.

**Воп.** Дана дробь  $\frac{8}{12}$ . Какъ сократить ее?

**Отв.** Должно раздѣлить числителя и знаменателя этой дроби на одно и тоже число.

**Воп.** Какъ узнать, на какое число дѣлятся, безъ остатка, числитель и знаменатель дроби?

**Отв.** Для этого есть признаки, по которымъ можно видѣть дѣлится ли всякое число на 2, на 3, на 4, и такъ далѣе. Эти признаки суть:

1.) На 2 дѣлится на цѣло всякое число, котораго первая цифра отъ правой руки дѣлится на 2 или есть 0, ибо всякое четное число дѣлится на 2 безъ остатка.

**Напримльръ:**  $8 : 2 = 4$ .

$$10 : 2 = 5.$$

$$26 : 2 = 13.$$

$$100 : 2 = 50.$$

2.) На 3 дѣлится на цѣло всякое число, котораго сумма всѣхъ цифръ дѣлится на 3 на цѣло.

**Напримльръ:** 27 дѣлится на 3 на цѣло, ибо сумма цифръ будетъ  $2+7=9$ , а  $9:3=3$ . Въ самомъ дѣлѣ  $27:3=9$ .

$39:3=13$ . Сумма цифръ 39 будетъ  $3+9=12$ , а 12 дѣлится на 3 на цѣло.

3.) На 4 дѣлится на цѣло всякое число, котораго послѣднія двѣ цифры съ правой руки дѣлятся на 4 на цѣло.

**Напримльръ:** 116 дѣлится на 4 на цѣло, ибо 16 дѣлится на 4 безъ остатка. Въ самомъ дѣлѣ  $116 : 4 = 29$ . Также  $128 : 4 = 32$ , ибо 28 дѣлится на 4 на цѣло.

4.) На 5 дѣлится на цѣло всякое число, котораго первая цифра съ правой руки есть 5 или 0.

**Напримльръ:**  $25 : 5 = 5$ .

$$50 : 5 = 10.$$

$$65 : 5 = 13.$$

$$70 : 5 = 14.$$

5.) На 6 дѣлится на цѣло всякое число, которое дѣлится безъ остатка на 2 и на 3, ибо  $6 = 2 \times 3$ .

**Напримльръ:** 24 дѣлится на 2 на цѣло, ибо 4 дѣлится на 2 на цѣло. Оно дѣлится также на 3 на цѣло, ибо сумма цифръ равна 6, а посему оно раздѣлится и на 6 на цѣло. Въ самомъ дѣлѣ  $24 : 6 = 4$ .

Также  $78 : 6 = 13$ .

6.) На 8 дѣлится на цѣло всякое число, въ которомъ три послѣднія цифры съ правой руки дѣлятся на 8 на цѣло.

**Напримльръ:** 3208 раздѣлится на 8, ибо  $208 : 8 = 26$ . Въ самомъ дѣлѣ  $3208 : 8 = 401$ .

Также  $4280 : 8 = 535$ .

7.) На 9 дѣлится на цѣло всякое число, котораго сумма всѣхъ цифръ дѣлится на 9 безъ остатка.

*Напримѣръ:* 45 дѣлится на 9 на цѣло, ибо сумма цифръ 45 будетъ 9. Въ самомъ дѣлѣ  $45:9=5$ .

Также  $765:9=85$ , ибо сумма цифръ 18.

8.) На 10 дѣлится на цѣло всякое число, которое оканчивается 0, ибо всѣ десятки, сотни, тысячи и такъ далѣе дѣлятся на 10 на цѣло:

*Напримѣръ:*  $280:10=28$ .

$500:10=50$ .

§ 60. Какъ сократить дробь по признакамъ.

*Воп.* Зная эти признаки, сократи дробь  $54/72$ .

На какое число дѣлятся числитель и знаменатель на цѣло?

*Отв.* На 2, ибо 4 и 2 дѣлятся на 2 на цѣло.

Сокращу дробь:

$$54/72 \left| \begin{array}{l} 2 \\ 27/36 \end{array} \right.$$

*Воп.* Новая дробь  $27/36$  не сокращается ли еще на какое либо число?

*Отв.* Сокращается на 9, ибо сумма цифръ въ числительѣ и въ знаменательѣ 9; получу:

$$27/36 \left| \begin{array}{l} 9 \\ 3/4 \end{array} \right. \text{ И такъ } 54/72 = 3/4.$$

*Воп.* Посему, какъ сократить дробь по признакамъ?

*Отв.* Должно дѣлить какъ числителя такъ и знаменателя на 2, на 3, на 4, на 5, и такъ далѣе, пока дробь болѣе не сократится.

$$\text{Напримѣръ: } 168/240 \left| \begin{array}{l} 2 \\ 84/120 \\ 2 \\ 42/60 \\ 2 \\ 21/30 \\ 3 \\ 7/10 \end{array} \right.$$

§ 61. Какое число называется общимъ дѣлителемъ дроби.

*Воп.* Дробь  $\frac{3}{6}$  на какое число сокращается?

*Отв.* На 3.

*Воп.* Почему она сокращается на 3?

*Отв.* Потому что какъ числитель такъ и знаменатель дроби дѣлятся на 3 безъ остатка.

*Воп.* Какъ же можно назвать число, которое дѣлится на цѣло вдругъ и числителя и знаменателя?

*Отв.* Общимъ дѣлителемъ.

*Воп.* Какое же число называется общимъ дѣлителемъ дроби?

*Отв.* То, которое раздѣляетъ числителя и знаменателя безъ остатка.

§ 62. Общій способъ сокращенія дробей.

*Воп.* Посмотримъ, нѣтъ ли простѣйшаго способа находить общаго дѣлителя дроби. При дѣленіи, какимъ числамъ равно всегда дѣлимое?

*Отв.* Дѣлимое равно дѣлителю, помноженному на частное и сложенному съ остаткомъ (\*).

*Воп.* Положимъ требуется сократить дробь  $\frac{276}{300}$ . Раздѣли большее число на меньшее. Если получится остатокъ, то раздѣли на сей остатокъ предыдущаго дѣлителя и продолжай дѣленіе пока въ остаткѣ получится 0?

(\*) См. § 47.

*Отв.*  $276 \mid 300 \mid 1.$

$276$

$\underline{\quad} 24 \mid 276 \mid 11$

$24$

$\underline{\quad} 36$

$24$

$\underline{\quad} 12 \mid 24 \mid 2$

$24$

$\underline{\quad} 0.$

*Воп.* Такъ какъ въ остаткѣ получился 0, то послѣдній дѣлитель 12 будетъ общимъ дѣлителемъ дроби. Какъ доказать, что 12 есть общій дѣлитель дроби?

*Отв.* Должно только доказать, что 300 и 276 раздѣлятся на 12 безъ остатка, но

$$24 = 12 \times 2$$

$$\text{а } 276 = 24 \times 11 + 12$$

$$= 12 \times 2 \times 11 + 12 (*)$$

$$= 12 (22 + 1)$$

$$= 12 \times 23,$$

слѣдовательно 276 дѣлится на 12 на цѣло,

$$300 = 276 \times 1 + 24$$

$$= 12 \times 23 \times 1 + 24$$

$$= 12 \times 23 \times 1 + 12 \times 2$$

$$= 12 (23 \times 1 + 2)$$

$$= 12 \times 25,$$

(\*) Въ этой суммѣ, оба слагаемые числа имѣютъ [множителемъ 12, ибо первое слагаемое число состоитъ изъ 12, помноженныхъ на  $2 \times 11$  или на 22, а второе изъ  $12 \times 1$ . Посему можно взять общій множитель 12 за скобки и написать такъ:

$$12 (22 + 1).$$

Знакъ скобки ( ) показываетъ, что должно 12 помножить какъ на 22 такъ и на 1. Обучающій задаетъ примѣры, какъ брать общій множитель за скобки и какъ снова развертывать скобки.

посему и 300 дѣлится на 12 безъ остатка.

Сокративъ дробь на 12 получу:

$$\begin{array}{r} 12 \\ \hline 276/300 \mid 23/25. \end{array}$$

**Воп.** Сократи дробь  $6/30$ ?

**Отв.** Раздѣлю большее число на меньшее:

$$\begin{array}{r} 6 \mid 30 \mid 5 \\ 30 \\ \hline 0. \end{array}$$

Такъ какъ остатка нѣтъ, то числитель 6 и будетъ общимъ дѣлителемъ дроби. Сокративъ дробь, получу:

$$\begin{array}{r} 6 \\ \hline 6/30 \mid 1/5. \end{array}$$

**Воп.** И такъ, какъ находить общаго дѣлителя дроби простѣйшимъ способомъ?

**Отв.** Должно большее число раздѣлить на меньшее, и если остатка не будетъ, то это меньшее число и будетъ общимъ дѣлителемъ дроби. Если же получится остатокъ, то должно на этотъ остатокъ раздѣлить предыдущаго дѣлителя, потомъ на новый остатокъ опять раздѣлить предыдущаго дѣлителя, и такъ далѣе продолжать дѣленіе, пока въ остаткѣ получится 0. Тогда послѣдній дѣлитель и будетъ искомый общій дѣлитель дроби.

**Напримльръ:** Сократи дробь  $143/637$ .

$$143 \mid 637 \mid 4$$

$$572$$

$$65 \mid 143 \mid 2$$

$$130$$

$$13 \mid 65 \mid 5$$

$$65$$

$$0.$$

Посему  $143/637 \mid 11/49.$

Примльрь:  $3760/9072, 121/1452.$

**Воп.** Сократи дробь  $7/9?$

**Отв.**  $7 \mid 9 \mid 1$

$$7$$

$$2 \mid 7 \mid 3$$

$$6$$

$$1 \mid 2 \mid 2$$

$$2$$

$$0.$$

Общій дѣлитель 1.

**Воп.** Но раздѣливъ числителя и знаменателя дроби на 1, какая дробь получится?

**Отв.** Получится та же дробь  $7/9$ . Посему, эта дробь несократима.

**Воп.** И такъ, если послѣдній дѣлитель будетъ 1, то что это показываетъ?

**Отв.** Что дробь несократима.

Напримльрь:  $817/873.$

## Г Л А В А XI.

### Приведеніе дробей къ одному знаменателю.

§ 63. Къ чему служитъ приведеніе дробей къ одному знаменателю.

*Воп.* Даны дроби  $\frac{3}{4}$  и  $\frac{1}{4}$ ; которая изъ нихъ болѣе?

*Отв.* Дробь  $\frac{3}{4}$  болѣе  $\frac{1}{4}$ , ибо въ первой 3 четвертыя части единицы, а во второй только 1.

*Воп.* Посему, если дроби имѣютъ разныхъ числителей, но одинакихъ знаменателей, то которая изъ нихъ болѣе?

*Отв.* Та, у которой числитель болѣе.

*Напримльръ:*  $\frac{7}{8}$  болѣе  $\frac{5}{8}$ .

*Воп.* Даны дроби  $\frac{1}{3}$  и  $\frac{1}{4}$ ; которая изъ нихъ болѣе?

*Отв.*  $\frac{1}{3}$  болѣе  $\frac{1}{4}$ , ибо  $\frac{1}{3}$  означаетъ что единица раздѣлена на 3 части и такихъ частей взята 1, а  $\frac{1}{4}$  показываетъ что единица раздѣлена на 4 части и такихъ частей взята 1. Четвертыя части менѣе третьихъ, а слѣдовательно  $\frac{1}{3}$  болѣе  $\frac{1}{4}$ .

*Воп.* И такъ, если дроби имѣютъ одинакихъ числителей но разныхъ знаменателей, то которая изъ нихъ болѣе?

*Отв.* Та, которой знаменатель менѣе.

*Напримльръ:*  $\frac{2}{5}$  болѣе  $\frac{2}{7}$ .

*Воп.* Даны дроби  $\frac{2}{3}$  и  $\frac{4}{5}$ ; которая изъ нихъ болѣе?

**Отв.** Дроби  $\frac{2}{3}$  и  $\frac{4}{5}$  имѣютъ разныхъ числителей и разныхъ знаменателей, слѣдовательно ихъ нельзя сравнивать.

**Воп.** Но если помножить числителя и знаменателя дроби  $\frac{2}{3}$  на 5, а дроби  $\frac{4}{5}$  на 3, то какія дроби получаются?

**Отв.** Получаются дроби  $\frac{10}{15}$  и  $\frac{12}{15}$ .

**Воп.** Дробь  $\frac{10}{15}$  равна ли  $\frac{2}{3}$  и  $\frac{12}{15}$  равна ли  $\frac{4}{5}$ ?

**Отв.** Равны, потому что числитель и знаменатель данныхъ дробей помножены на одно и тоже число (\*).

**Воп.** И такъ  $\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$  и  $\frac{4}{5} = \frac{12}{15}$ .

Но дроби,  $\frac{10}{15}$  и  $\frac{12}{15}$  имѣютъ одинакихъ знаменателей, которая же изъ нихъ болѣе?

**Отв.**  $\frac{12}{15}$  болѣе  $\frac{10}{15}$ .

**Воп.** Посему изъ данныхъ дробей, которая болѣе?

**Отв.**  $\frac{4}{5}$  болѣе  $\frac{2}{3}$ , ибо  $\frac{4}{5} = \frac{12}{15}$ , а  $\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$ .

**Воп.** И такъ, если дроби имѣютъ разныхъ числителей и разныхъ знаменателей, то какъ узнать, которая изъ нихъ болѣе?

**Отв.** Должно данныя дроби привести къ одному знаменателю, не перемѣняя ихъ величины.

**Воп.** На чемъ же основанъ способъ приведенія дробей къ одному знаменателю?

**Отв.** На томъ, что дробь не перемѣняетъ своей величины, когда числитель и знаменатель помножатся на одно и тоже число.

---

(\*) См. § 56.

§ 64. Какъ привести двѣ дроби къ одному знаменателю.

*Воп.* Требуется привести къ одному знаменателю дроби  $\frac{1}{2}$  и  $\frac{3}{7}$ , не перемѣняя ихъ величины. Для сего помножь числителя и знаменателя обѣихъ дробей на 2, на 3, на 4, и такъ далѣе. Какіе получатся два ряда равныхъ дробей?

*Отв.* Получу:  $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10} = \frac{6}{12} = \frac{7}{14}$ .  
 $\frac{3}{7} = \frac{6}{14} = \frac{9}{21}$  и такъ далѣе.

*Воп.* Въ этихъ двухъ рядахъ, которыя дроби имѣютъ одинакихъ знаменателей.

*Отв.* Дроби  $\frac{7}{14}$  и  $\frac{6}{14}$ .

*Воп.* Какъ получились эти обѣ дроби?

*Отв.* Дробь  $\frac{7}{14}$  получилась отъ умноженія числителя и знаменателя  $\frac{1}{2}$  на знаменателя второй дроби 7, а дробь  $\frac{6}{14}$  отъ умноженія числителя и знаменателя  $\frac{3}{7}$  на знаменателя первой дроби 2.

*Воп.* Посему, какъ привести двѣ дроби къ одному знаменателю?

*Отв.* Должно числителя и знаменателя первой дроби помножить на знаменателя второй дроби, а числителя и знаменателя второй дроби на знаменателя первой.

*Напримѣръ:*  $\frac{5}{6}, \frac{7}{9}$ .

$$\frac{5}{6} = \frac{45}{54}, \quad \frac{7}{9} = \frac{42}{54}$$

§ 65. Какъ привести нѣсколько дробей къ одному знаменателю.

*Воп.* Требуется привести къ одному знаменателю дроби  $\frac{1}{3}, \frac{4}{7}, \frac{5}{8}$ . Если бы требова-

лось привести къ одному знаменателю только двѣ первыя дроби, чтобы ты сдѣлалъ съ дробью  $\frac{1}{3}$ ?

**Отв.** Я помножилъ бы числителя и знаменателя дроби  $\frac{1}{3}$  на знаменателя второй дроби 7.

**Воп.** Но какъ дробь  $\frac{1}{3}$  должна имѣть еще знаменатель общій съ дробью  $\frac{5}{8}$ , то на какое число должно еще помножить числителя и знаменателя дроби  $\frac{1}{3}$ ?

**Отв.** На 8.

**Воп.** И такъ, числителя и знаменателя каждой дроби на какое число должно помножить?

**Отв.** На всѣхъ прочихъ знаменателей, кромѣ своего. Посему получу:

$$\begin{array}{l} \frac{1}{3} = \frac{1 \times 7 \times 8}{3 \times 7 \times 8} = \frac{56}{168} \\ \frac{4}{7} = \frac{4 \times 3 \times 8}{7 \times 3 \times 8} = \frac{96}{168} \\ \frac{5}{8} = \frac{5 \times 3 \times 7}{8 \times 3 \times 7} = \frac{105}{168} \end{array}$$

**Воп.** Посему, какъ привести нѣсколько дробей къ одному знаменателю?

**Отв.** Должно числителя каждой дроби помножить на знаменателей прочихъ дробей и подписать общаго знаменателя, который найдется перемноживъ всѣхъ знаменателей.

**Напримѣръ:**  $\frac{2}{5}$ ,  $\frac{4}{9}$ ,  $\frac{5}{11}$ .

Общій знаменатель:  $5 \times 9 \times 11 = 495$ .

$$\frac{2}{5} = \frac{198}{495}, \quad \frac{4}{9} = \frac{220}{495}, \quad \frac{5}{11} = \frac{225}{495}.$$

## Г Л А В А XII.

### Сложение дробей.

§ 66. Какъ сложить дроби, имѣющія одинаковыхъ знаменателей.

**Воп.** Требуется сложить дроби  $\frac{2}{5}$  и  $\frac{3}{5}$ . Сколько пятыхъ частей въ первой и въ послѣдней дробяхъ?

**Отв.** Въ первой 2, а въ послѣдней 3 пятыхъ.

**Воп.** Посему, въ обѣихъ дробяхъ вмѣстѣ сколько пятыхъ?

**Отв.**  $\frac{5}{5}$ .

**Воп.** И такъ, какъ сложить дроби, имѣющія одинаковаго знаменателя?

**Отв.** Должно сложить только числителей и подь суммою подписать того же знаменателя.

*Напримльрѣ:*  $\frac{1}{6} + \frac{2}{6} = \frac{3}{6}$ .

$\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{5}{7}$ .

§ 67. Какъ сложить дроби, имѣющія разныхъ знаменателей.

**Воп.** Требуется сложить дроби  $\frac{1}{2}$  и  $\frac{1}{3}$ . Какую часть единицы составляютъ эти дроби?

**Отв.** Первая дробь есть половина, а послѣдняя треть единицы.

**Воп.** Можно ли половину единицы сложить съ третью?

**Отв.** Нѣтъ нельзя такъ же какъ нельзя единицы складывать съ десятками (\*).

**Воп.** Но нельзя ли выразить данныя дроби въ одинакихъ частяхъ единицы?

**Отв.** Можно. Стоитъ только привести данныя дроби къ одному знаменателю:

$$\frac{1}{2} \qquad \qquad \qquad \frac{1}{3}.$$

$$\frac{2}{6} \qquad \qquad \qquad \frac{2}{6}.$$

$$\frac{2}{6} + \frac{2}{6} = \frac{4}{6}, \text{ поему}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}.$$

**Воп.** И такъ, какъ сложить дроби, имѣющія разныхъ знаменателей?

**Отв.** Должно привести дроби къ одному знаменателю и потомъ сложить.

**Напримльръ:**  $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \frac{11}{12}.$

$$\frac{4}{5} + \frac{7}{8} = \frac{32}{40} + \frac{35}{40} = \frac{67}{40} = 1 \frac{27}{40}.$$

## § 68. Какъ сложить смѣшанныя дроби.

**Воп.** Требуется сложить  $7\frac{3}{4}$  и  $9\frac{2}{3}$ . Изъ какихъ двухъ родовъ чиселъ состоитъ каждая смѣшанная дробь?

**Отв.** Каждая смѣшанная дробь состоитъ изъ цѣлыхъ чиселъ и дробей.

**Воп.** Слѣдовательно сумма двухъ смѣшанныхъ дробей изъ какихъ суммъ будетъ состоять?

**Отв.** Изъ суммы дробей и суммы цѣлыхъ чиселъ.

**Воп.** Поему, какъ сложить смѣшанныя дроби?

**Отв.** Должно сложить сначала дроби, а потомъ цѣлыя числа.

(\*) Смотри § 17.

$$\begin{array}{r} \text{Дано:} \quad 7^{3/4} \\ \quad \quad \quad + 9^{2/3} \\ \hline \end{array}$$

Должно привести  $3/4$  и  $2/3$  къ одному знаменателю, получу:  $9/12 + 8/12 = 17/12 = 1^{5/12}$ ; полученную единицу приложу къ цѣлымъ числамъ, будетъ:

$$7^{3/4} + 9^{2/3} = 17^{5/12}.$$

**Воп.** И такъ, какъ сложить смѣшанныя дроби?

**Отв.** Должно подписать одно число подъ другимъ, потомъ сложить однѣ правильныя дроби, и если получится неправильная дробь, то выключить изъ нея цѣлое число; полученную новую дробь подписать подъ дробями, а цѣлое число сложить съ цѣлыми числами.

**Напримѣръ:**

$$\text{Дано: } 8^{2/5} + 12^{3/4} + 14^{7/9} + 25^{6/11}.$$

$$\begin{array}{r} 8^{2/5} \\ 12^{3/4} \\ 14^{7/9} \\ 25^{6/11} \\ \hline 61^{937/1980} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 2/5 + 3/4 + 7/9 + 6/11 \\ \frac{792}{1980} + \frac{1485}{1980} + \frac{1540}{1980} + \frac{1080}{1980} = \frac{4897}{1980} \\ = 2 \frac{937}{1980} \end{array} \right.$$

### З а д а ч а.

Куплено 5 кусковъ сукна. Въ одномъ кускѣ  $20^{3/4}$  арш., въ другомъ  $19^{3/8}$  арш., въ третьемъ  $31^{3/16}$  арш., въ четвертомъ  $18^{5/8}$  арш., въ пятомъ  $15^{1/2}$  арш. Сколько всего куплено аршинъ сукна?

## Г Л А В А XIII.

### Вычитаніе дробей.

§ 69. Вычитаніе дробей, имѣющихъ одинакихъ знаменателей.

*Воп.* Требуется изъ  $\frac{7}{8}$  вычесть  $\frac{2}{8}$ ?

*Отв.* Въ первой дроби 7 восьмыхъ частей, а во второй 2 восьмыхъ, посему 7 восьмыхъ безъ 2 восьмыхъ даютъ 5 восьмыхъ:  $\frac{7}{8} - \frac{2}{8} = \frac{5}{8}$ .

*Воп.* И такъ, какъ вычесть одну дробь изъ другой, когда онѣ имѣютъ одинакаго знаменателя?

*Отв.* Должно вычесть меньшаго числителя изъ большаго, и подъ разностью подписать того же знаменателя.

*Напримѣръ:*  $\frac{11}{12} - \frac{5}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ .

§ 70. Вычитаніе дробей, имѣющихъ разныхъ знаменателей.

*Воп.* Требуется изъ  $\frac{7}{8}$  вычесть  $\frac{2}{3}$ ?

*Отв.* Данныя дроби имѣютъ разныхъ знаменателей, слѣдовательно, чтобы сдѣлать вычитаніе должно сперва привести ихъ къ одному знаменателю. Получу:

$$\frac{21}{24} - \frac{16}{24} = \frac{5}{24}.$$

$$\frac{7}{8} - \frac{2}{3} = \frac{5}{24}.$$

*Воп.* И такъ, какъ вычесть одну дробь изъ другой, когда онѣ имѣютъ разныхъ знаменателей?

**Отв.** Должно привести ихъ къ одному знаменателю и потомъ вычестъ.

**Напримльръ:**  $\frac{9}{11} - \frac{3}{4} = \frac{36}{44} - \frac{33}{44} = \frac{3}{44}$  (\*).

§ 71. Какъ вычестъ дробь изъ цѣлаго числа.

**Воп.** Требуется изъ 8 вычестъ  $\frac{2}{3}$ . Правильная дробь всегда ли менѣе единицы?

**Отв.** Всегда менѣе единицы.

**Воп.** Слѣдовательно если занять отъ 8 единицу, то можно ли изъ нея вычестъ  $\frac{2}{3}$ ?

**Отв.** Можно.  $1 = \frac{3}{3}$ , посему  $1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ .

**Воп.** Какое же число останется вмѣсто 8?

**Отв.** 7.

**Воп.** Чему же равно  $8 - \frac{2}{3}$ ?

**Отв.**  $7\frac{1}{3}$ .

**Воп.** И такъ, какъ вычестъ дробь изъ цѣлаго числа?

**Отв.** Должно отъ цѣлаго числа занять единицу и вычестъ дробь изъ этой единицы. Цѣлое число уменьшится единицею.

**Напримльръ:**  $15 - \frac{3}{4} = 14\frac{1}{4}$ .

§ 72. Какъ изъ неправильной дроби вычестъ цѣлое число.

**Воп.** Требуется изъ  $\frac{25}{3}$  вычестъ 5. Какая дробь  $\frac{25}{3}$ ?

**Отв.**  $\frac{25}{3}$  есть неправильная дробь.

**Воп.** Чему она равна?

**Отв.**  $\frac{25}{3} = 8\frac{1}{3}$ .

---

(\*) Обучающій можетъ повторить, при этихъ двухъ параграфахъ, разсужденія, употребленныя въ сложении дробей, въ §§ 66 и 67.

**Воп.** Все ли равно, что вычесть 5 из  $25/3$ , или из  $8\frac{1}{3}$ ?

**Отв.** Все равно. Получу  $8\frac{1}{3} - 5 = 3\frac{1}{3}$ , или  $25/3 - 5 = 3\frac{1}{3}$ .

**Воп.** И такъ, какъ изъ неправильной дроби вычесть цѣлое число?

**Отв.** Должно неправильную дробь обратить въ смѣшанную, и изъ цѣлаго числа вычесть цѣлое.

**Напримльръ:**  $36/7 - 4 = 5\frac{1}{7} - 4 = 1\frac{1}{7}$ .

### § 73. Вычитаніе смѣшанныхъ дробей.

**Воп.** Требуется изъ  $15\frac{2}{3}$  вычесть  $5\frac{3}{4}$ ?

**Отв.** Какъ смѣшанныя дроби состоятъ изъ цѣлыхъ чиселъ и дробей, то должно сначала вычесть дробь изъ дроби, а потомъ цѣлое число изъ цѣлаго. Дано:

$$15\frac{2}{3}$$

$$- 5\frac{3}{4}$$


---

Приведу дроби къ одному знаменателю:

$$\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$$


---

$\frac{9}{12}$  нельзя вычесть изъ  $\frac{8}{12}$ . Занимаю 1 отъ 15. Эта  $1 = \frac{12}{12}$ ;  $\frac{12}{12}$  да  $\frac{8}{12}$  будетъ  $\frac{20}{12}$ . Изъ  $\frac{20}{12}$  вычитаю  $\frac{9}{12}$ , получу  $\frac{11}{12}$ ; 5 изъ 12 равно 7. Посему  $15\frac{2}{3} - 5\frac{3}{4} = 7\frac{11}{12}$ .

**Воп.** Какъ же вычесть смѣшанную дробь изъ смѣшанной?

**Отв.** Должно подписать одно число подъ другимъ; привести правильныя дроби къ одному знаменателю, и вычитать дробь

изъ дроби и цѣлое число изъ цѣлаго. Если же вычитаемая дробь болѣе уменьшаемой, то должно отъ уменьшаемаго цѣлаго числа занять единицу и приложить къ верхней дроби.

**Примѣры:** 1.)  $25^{7/8} - 16^{4/5}$

$$25^{7/8} = 25^{35/40}$$

$$16^{4/5} = 16^{32/40}$$

---


$$7^{3/40}$$

2.)  $19^{4/9} - 6^{7/8}$

$$19^{4/9} = 19^{32/72} \quad (32/72 + 72/72 = 104/72)$$

$$6^{7/8} = 6^{63/72}$$

---


$$12^{41/72} \quad (104/72 - 63/72 = 41/72).$$

### **З а д а ч а.**

Изъ  $9^{2/5}$  четвертей муки и  $6^{3/4}$  четвертей крупы проданы:  $4^{4/7}$  четвертей муки и  $3^{2/5}$  четвертей крупы. Сколько осталось муки и крупы?

## **Г Л А В А XIV.**

### **Умноженіе дробей.**

§ 74. Какъ умножить дробь на цѣлое число или цѣлое число на дробь.

**Воп.** Что значитъ умножить?

**Отв.** Умножить одно число на другое значитъ увеличить первое число во столько разъ сколько въ другомъ единицъ.

**Воп.** Требуется  $\frac{3}{5} \times 4$ . Какъ увеличить  $\frac{3}{5}$  въ 4 раза?

**Отв.** Должно  $\frac{3}{5}$  сложить само съ собою 4 раза (\*); получу:

$$\frac{3}{5} + \frac{3}{5} + \frac{3}{5} + \frac{3}{5} = \frac{12}{5}.$$

**Воп.** И такъ, чтобы  $\frac{3}{5}$  помножить на 4, что должно сдѣлать?

**Отв.** Должно только числителя увеличить въ 4 раза или помножить на 4; будетъ:  
 $\frac{3}{5} \times 4 = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$ .

**Воп.** При умноженіи, все ли равно котораго сомножителя принять за множимое и котораго за множителя.

**Отв.** Все равно (\*).

**Воп.** И такъ, все ли равно что  $\frac{3}{5} \times 4$ , что  $4 \times \frac{3}{5}$ ?

**Отв.** Все равно. Произведеніе будетъ одинаково,  $\frac{12}{5}$ .

**Воп.** Посему, какъ умножить дробь на цѣлое число, или цѣлое число на дробь?

**Отв.** Должно числителя дроби умножить на цѣлое число и подъ произведеніемъ написать знаменателя данной дроби.

*Напримѣръ:*  $\frac{7}{12} \times 5 = \frac{35}{12}$ .

$$6 \times \frac{2}{13} = \frac{12}{13}.$$

**Воп.** Помножь  $\frac{5}{12}$  на 2?

**Отв.**  $\frac{5}{12} \times 2 = \frac{10}{12}$ .

**Воп.** Нельзя ли сократить  $\frac{10}{12}$ ?

**Отв.** Можно;  $\frac{10}{12} = \frac{5}{6}$ .

**Воп.** Сравни теперь данную дробь  $\frac{5}{12}$  и  $\frac{5}{6}$ . Что у нихъ одинаковы?

(\*) Смотри § 27.

(\*) Смотри § 28.

**Отв.** У нихъ одинаковы числители.

**Воп.** А знаменатель новой дроби во сколько разъ менѣе знаменателя данной дроби?

**Отв.** Въ 2 раза, то есть во столько разъ на сколько требовалось помножить дробь.

**Воп.** И такъ  $\frac{5}{12} \times 2 = \frac{5}{6}$ . Посему какъ еще можно помножить дробь на цѣлое число, когда знаменатель дѣлится на цѣло на цѣлое число?

**Отв.** Можно раздѣлить знаменателя на цѣлое число и частное подписать подъ числителемъ.

**Воп.** Повтори, какими двумя способами можно помножить дробь на цѣлое число?

**Отв.** Можно или помножить числителя на цѣлое число, или раздѣлить на цѣлое число знаменателя, если послѣдній дѣлится безъ остатка. Въ первомъ случаѣ увеличивается число частей, а въ послѣднемъ увеличиваются самыя части.

**Напримѣръ:** 1.)  $\frac{3}{7} \times 2 = \frac{6}{7}$ . Здѣсь число частей увеличилось вдвое.

2.)  $\frac{3}{8} \times 2 = \frac{3}{4}$ . Здѣсь восемь частей обратились въ четвертыя, то есть сдѣлались вдвое болѣе.

§ 75. Какъ умножить дробь на дробь.

**Воп.** Требуется  $\frac{3}{4} \times \frac{5}{7}$ . Примемъ сначала за множителя не  $\frac{5}{7}$ , но 5. Во сколько разъ  $\frac{5}{7}$  меньше 5?

**Отв.** Въ 7 разъ.

**Воп.** Помножь  $\frac{3}{4}$  на 5?

**Отв.**  $\frac{3}{4} \times 5 = \frac{15}{4}$ .

**Воп.** Но какъ мы помножили на 5, а не на  $\frac{5}{7}$ , то произведеіе  $\frac{15}{4}$  во сколько разъ будетъ болѣе настоящаго?

**Отв.** Въ 7 разъ.

**Воп.** Посему, чтобы получить искомое произведеіе, что должно сдѣлать съ  $\frac{15}{4}$ ?

**Отв.** Должно  $\frac{15}{4}$  уменьшить въ 7 разъ.

**Воп.** Уменьшится ли  $\frac{15}{4}$  когда помножить знаменателя 4 на 7?

**Отв.** Уменьшится, ибо  $\frac{15}{4}$  обратится въ  $\frac{15}{28}$ . Въ первой дроби большія четвертая части, а въ послѣдней малыя, двадцать-восьмыя.

**Воп.** И такъ, отъ умноженія  $\frac{3}{4}$  на  $\frac{5}{7}$  что получилось?

**Отв.** Получилось:  $\frac{3}{4} \times \frac{5}{7} = \frac{15}{28}$ .

**Воп.** Посему, какъ умножить дробь на дробь?

**Отв.** Должно умножить числителя одной дроби на числителя другой и знаменателя одной дроби на знаменателя другой.

**Напримѣръ:**  $\frac{2}{3} \times \frac{4}{9} = \frac{8}{27}$ .

§ 76. Умноженіе смѣшанныхъ дробей.

**Воп.** Требуется  $7\frac{2}{3}$  помножить на  $5\frac{7}{8}$ . Можно ли смѣшанныя дроби обратить въ неправильныя?

**Отв.** Можно. Получу:  $7\frac{2}{3} = \frac{23}{3}$   
 $5\frac{7}{8} = \frac{47}{8}$ .

**Воп.** Посему, умноженіе смѣшанныхъ дробей къ чему приводится?

**Отв.** Къ умноженію дроби на дробь. Получу:

$$\frac{23}{3} \times \frac{47}{8} = \frac{1081}{24} = 45\frac{1}{24},$$

или  $7\frac{2}{3} \times 5\frac{7}{8} = 45\frac{1}{24}$ .

**Воп.** И такъ, какъ умножить смѣшанную дробь на смѣшанную дробь?

**Отв.** Должно смѣшанныя дроби привести въ неправильныя, послѣднія перемножить и изъ полученной дроби исключить цѣлое число.

**Напримѣръ:**  $6\frac{3}{4} \times 9\frac{2}{7} = \frac{27}{4} \times \frac{65}{7} = \frac{1755}{28} = 62\frac{19}{28}$ .

§ 77. Какъ умножить смѣшанную дробь на цѣлое число.

**Воп.** Требуется  $2\frac{4}{5} \times 3$ . Изъ суммы какихъ двухъ чиселъ состоитъ  $2\frac{4}{5}$ ?

**Отв.** Изъ  $2 + \frac{4}{5}$ .

**Воп.** Посему какъ можно помножить  $2\frac{4}{5}$  на 3?

**Отв.** Можно помножить на 3 сначала 2, а потомъ  $\frac{4}{5}$ , и произведенія сложить. Получу:

$$2 \times 3 = 6$$

$$\frac{4}{5} \times 3 = 2\frac{2}{5} \left(1\frac{2}{5}\right)$$

$$2\frac{4}{5} \times 3 = 8\frac{2}{5}.$$

**Воп.** И такъ, какъ умножить смѣшанную дробь на цѣлое число?

**Отв.** Должно цѣлымъ числомъ умножить сначала цѣлое число, а потомъ дробь, и оба произведенія сложить.

**Напримльрѣ:**  $9\frac{3}{4} \times 7$

$$9 \times 7 = 63$$

$$\frac{3}{4} \times 7 = 2\frac{1}{4} = 5\frac{1}{4}$$

$$\underline{9\frac{3}{4} \times 7 = 68\frac{1}{4}.$$

### З а д а ч а.

Желають продать разомъ карандаши, именно перваго сорта 54 дюжины, по  $14\frac{1}{4}$  к. дюжину, и 75 дюжинъ втораго сорта по  $10\frac{1}{8}$  коп. дюжину. Спрашивается, во что обойдется каждый сортъ карандашей.

## Г Л А В А XV.

### Дѣленіе дробей.

§ 78. Какъ раздѣлить дробь на цѣлое число.

**Воп.** Требуется  $\frac{1}{3}$  раздѣлить на 2. Представь  $\frac{1}{3}$  въ видѣ линіи?

**Отв.** Какъ  $\frac{1}{3}$  показываетъ, что единица раздѣ-

лена на 3 равныя части, то раздѣлю ли-  
нію на 3 равныя части:

$$\frac{1}{3}$$

Одна часть этой линіи равна  $\frac{1}{3}$ .

**Воп.** Такъ какъ требуется раздѣлить  $\frac{1}{3}$  на 2,  
то раздѣли  $\frac{1}{3}$  этой линіи пополамъ, а  
также и прочія части?

**Отв.** Получу:

$$\frac{\frac{1}{3}}{2} = \frac{1}{6}$$

**Воп.** Изъ какихъ частей состоитъ теперь цѣ-  
лая линія?

**Отв.** Изъ шестыхъ.

**Воп.** А если раздѣлить  $\frac{1}{3}$  на 2 или пополамъ,  
то сколько получится шестыхъ частей?

**Отв.**  $\frac{1}{6}$ .

**Воп.** И такъ  $\frac{1}{3} : 2$  чему равна?

**Отв.**  $\frac{1}{3} : 2 = \frac{1}{6}$ .

**Воп.** Посему какъ раздѣлить дробь на цѣлое  
число?

**Отв.** Должно помножить знаменателя дроби  
на цѣлое число и произведеніе подписать  
подъ числителемъ.

**Напримльръ:**  $\frac{5}{7} : 6 = \frac{5}{42}$ .

$$\frac{3}{4} : 8 = \frac{3}{32}$$

**Воп.** Раздѣли  $\frac{6}{7}$  на 3?

**Отв.**  $\frac{6}{7} : 3 = \frac{6}{21}$ .

**Воп.** Нельзя ли сократить  $\frac{6}{21}$ ?

**Отв.**  $\frac{6}{21}$  сокращается на 3; получу  $\frac{6}{21} = \frac{2}{7}$ .

**Воп.** Сравни теперь данную дробь  $\frac{6}{7}$  и  $\frac{2}{7}$ .  
Что у нихъ одинаковы?

**Отв.** У нихъ одинаковы знаменатели.

**Воп.** А числитель новой дроби во сколько разъ менѣе числителя данной дроби?

**Отв.** Въ 3 раза, то есть во столько разъ на сколько требовалось раздѣлить.

**Воп.** И такъ  $\frac{6}{7} : 3 = \frac{2}{7}$ . Посему какъ еще можно раздѣлить дробь на цѣлое число, когда числитель дѣлится на цѣлое число безъ остатка?

**Отв.** Можно раздѣлить числителя на цѣлое число и подъ частнымъ подписать знаменателя.

**Воп.** Повтори, какими двумя способами можно раздѣлить дробь на цѣлое число?

**Отв.** Можно или помножить знаменателя на цѣлое число, или раздѣлить на цѣлое число числителя, если послѣдній дѣлится безъ остатка. Въ первомъ случаѣ уменьшаются самыя части, во второмъ уменьшается число частей.

**Напримѣръ:**  $\frac{2}{5} : 3 = \frac{2}{15}$ . Здѣсь пятая части обратилась въ пятнадцатая, то есть сдѣлались втрое менѣе.

$\frac{6}{8} : 3 = \frac{2}{8}$ . Здѣсь число частей уменьшилось втрое.

§ 79. Какъ раздѣлить цѣлое число на дробь.

**Воп.** Требуется 3 раздѣлить на  $\frac{1}{4}$ . Что нужно найти?

**Отв.** Нужно найти сколько разъ  $\frac{1}{4}$  содержится въ 3.

**Воп.** Сколько разъ  $\frac{1}{4}$  содержится въ 1?

**Отв.** 4 раза.

**Воп.** Посему сколько разъ  $\frac{1}{4}$  содержится въ 3?

**Отв.** 12 разъ.

**Воп.** Положимъ теперь, что требуется раздѣлить 3 не на  $\frac{1}{4}$ , но на  $\frac{2}{4}$ . Что нужно найти?

**Отв.** Нужно найти сколько разъ  $\frac{2}{4}$  содержатся въ 3.

**Воп.** Но если  $\frac{1}{4}$  заключается въ 3, 12 разъ, то  $\frac{2}{4}$  сколько разъ содержатся въ 3?

**Отв.** 6 разъ.

**Воп.** И такъ  $3 : \frac{2}{4}$  чему равно?

**Отв.**  $3 : \frac{2}{4} = 6$ .

**Воп.** Помножь дѣлимое 3 на знаменателя дроби и произведеніе раздѣли на числителя, сколько получится?

**Отв.** Получится 6, ибо  $3 \times 4 = 12$ , а  $12/2 = 6$ .

**Воп.** И такъ, какъ раздѣлить цѣлое число на дробь?

**Отв.** Должно цѣлое число помножить на знаменателя дроби и произведеніе раздѣлить на числителя.

*Напримѣръ:*  $12 : \frac{7}{9} = 108/7 = 15\frac{3}{7}$ .

$24 : \frac{5}{6} = 144/5 = 28\frac{4}{5}$ .

**Воп.** Помножь 4 на  $\frac{2}{3}$ , а потомъ раздѣли 4 на  $\frac{2}{3}$ , что получится въ обоихъ случаяхъ?

**Отв.** Получу:  $4 \times \frac{2}{3} = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$ .

$4 : \frac{2}{3} = 12/2 = 6$ .

**Воп.** Посему, если цѣлое число помножить на правильную дробь, то оно увеличивается или уменьшается?

**Отв.** Оно уменьшается.

**Воп.** А если цѣлое число раздѣлить на правильную дробь?

**Отв.** То оно увеличивается.

*Напримльръ:*  $6 \times \frac{3}{4} = \frac{18}{4} = 4\frac{2}{4} = 4\frac{1}{2}$ .

$6 : \frac{3}{4} = \frac{24}{3} = 8$ .

§ 80. Какъ раздѣлить дробь на дробь.

*Воп.* Требуется  $\frac{2}{3} : \frac{5}{6}$ . Примемъ сначала за дѣлителя не  $\frac{5}{6}$ , но 5. Во сколько разъ  $\frac{5}{6}$  меньше 5?

*Отв.* Въ 6 разъ.

*Воп.* Раздѣли  $\frac{2}{3}$  на 5?

*Отв.*  $\frac{2}{3} : 5 = \frac{2}{15}$ .

*Воп.* Но такъ какъ мы раздѣлили на 5, а не на  $\frac{5}{6}$ , то частное  $\frac{2}{15}$  во сколько разъ меньше искомага?

*Отв.* Въ 6 разъ.

*Воп.* Посему, чтобъ получить искомое частное, что должно сдѣлать съ  $\frac{2}{15}$ ?

*Отв.*  $\frac{2}{15}$  должно увеличить въ 6 разъ или умножить на 6. Получу:  $\frac{2}{15} \times 6 = \frac{12}{15}$ .

*Воп.* И такъ, отъ дѣленія  $\frac{2}{3}$  на  $\frac{5}{6}$  что получилось?

*Отв.* Получилось:  $\frac{2}{3} : \frac{5}{6} = \frac{12}{15}$ .

*Воп.* Посему, какъ раздѣлить дробь на дробь?

*Отв.* Должно числителя первой дроби помножить на знаменателя второй, а знаменателя первой дроби на числителя второй, и подъ первымъ произведеніемъ подписать второе.

*Напримльръ:*  $\frac{3}{5} : \frac{8}{11} = \frac{33}{40}$ .

$\frac{2}{7} : \frac{6}{19} = \frac{38}{42}$ .

§ 81. Дѣленіе смѣшанныхъ дробей.

*Воп.* Требуется  $5\frac{1}{2} : 2\frac{2}{3}$ . Можно ли смѣшанныя дроби обратить въ неправильныя?

**Отв.** Можно. Получу:  $5^{1/2} = 11/2$ .  
 $2^{2/3} = 8/3$ .

**Воп.** Посему, дѣленіе смѣшанныхъ дробей къ чему приводится?

**Отв.** Къ дѣленію дроби на дробь. Получу:  
 $11/2 : 8/3 = 33/16 = 2^{1/16}$ .  
 или  $5^{1/2} : 2^{2/3} = 2^{1/16}$ .

**Воп.** И такъ, какъ раздѣлить смѣшанную дробь на смѣшанную?

**Отв.** Должно смѣшанныя дроби привести въ неправильныя и потомъ послѣднія раздѣлить.

**Напримѣръ:**

$$12^{3/4} : 6^{2/3} = 51/4 : 20/3 = 153/80 = 1^{73/80}$$

$$15^{1/7} : 8^{5/6} = 106/7 : 53/6 = 636/371 = 1^{265/371}$$

### З а д а ч а.

Въ двухъ транспортныхъ поѣздахъ желѣзной дороги находились 24 вагона, вѣсомъ, вмѣстѣ съ грузомъ, въ  $1855^{1/2}$  пудовъ. Полагая въ одномъ вагонѣ, безъ грузу, вѣсу въ  $29^{3/4}$  пуда, спрашивается сколько придется вѣсу на одинъ грузъ въ каждомъ вагонѣ?

## Г Л А В А XVI.

### О десятичныхъ дробяхъ.

§ 82. Что называютъ десятичною дробью?

**Воп.** Возьми дроби  $1/5$ ,  $2/5$ ,  $3/5$  и  $4/5$ ; назови равныя имъ дроби съ знаменателемъ 10?

**Отв.** Дробь  $\frac{1}{5} = \frac{2}{10}$ ,  $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$ ,  $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$  и  $\frac{4}{5} = \frac{8}{10}$ .

**Воп.** Назови по порядку десятые доли единицы?

**Отв.** Десятые доли единицы суть:  $\frac{1}{10}$ ,  $\frac{2}{10}$ ,  $\frac{3}{10}$ ,  $\frac{4}{10}$ ,  $\frac{5}{10}$ ,  $\frac{6}{10}$  и такъ далѣе.

**Воп.** Назови сотые доли единицы?

**Отв.** Сотые доли единицы суть:  $\frac{1}{100}$ ,  $\frac{2}{100}$ ,  $\frac{3}{100}$ ,  $\frac{4}{100}$  и такъ далѣе.

**Воп.** Назови тысячные доли единицы?

**Отв.** Тысячные доли единицы суть:  $\frac{1}{1000}$ ,  $\frac{2}{1000}$ ,  $\frac{3}{1000}$  и такъ далѣе.

**Воп.** Дроби  $\frac{1}{100}$ ,  $\frac{2}{100}$ ,  $\frac{3}{100}$  и такъ далѣе во сколько разъ менѣе дробей  $\frac{1}{10}$ ,  $\frac{2}{10}$ ,  $\frac{3}{10}$ ?

**Отв.** Въ десять разъ, потому что знаменатель 100 въ десять разъ болѣе знаменателя 10 (\*).

**Воп.** По этому дроби  $\frac{1}{100}$ ,  $\frac{2}{100}$ ,  $\frac{3}{100}$  и такъ далѣе составляютъ какую часть дробей  $\frac{1}{10}$ ,  $\frac{2}{10}$ ,  $\frac{3}{10}$ ?

**Отв.** Десятую часть.

**Воп.** Также дроби  $\frac{1}{1000}$ ,  $\frac{2}{1000}$ ,  $\frac{3}{1000}$  и такъ далѣе составляютъ какую часть дробей  $\frac{1}{100}$ ,  $\frac{2}{100}$ ,  $\frac{3}{100}$ ?

**Отв.** Также десятую часть.

**Воп.** Слѣдовательно если мы будемъ употреблять, вмѣсто обыкновенныхъ дробей, на примѣръ  $\frac{1}{5}$ ,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{2}{3}$ , только такія дроби, у которыхъ знаменатели 10, 100, 1000 и такъ далѣе, то какъ можно назвать такія дроби?

**Отв.** Такія дроби можно назвать десятичными, потому что десятые доли единицы въ десять разъ болѣе сотыхъ долей, со-

(\*) Смотри § 63.

тыя доли въ *десять* разъ болѣе тысячныхъ и такъ далѣе.

**Воп.** И такъ, что называютъ *десятичною* дробью?

**Отв.** Десятичною дробью называютъ такую дробь, у которой знаменатель **10, 100, 1000** и такъ далѣе, или которая означаетъ *десятыя, сотыя, тысячныя* и такъ далѣе части единицы.

§ 83. Какъ пишутъ десятичныя дроби.

**Воп.** Въ числѣ **555** каждая цифра низшаго разряда во сколько разъ менѣе той же цифры высшаго разряда?

**Отв.** Въ *десять* разъ (\*): **5** единицъ въ *десять* разъ менѣе **5** десятковъ и **5** десятковъ въ *десять* разъ менѣе **5** сотень.

**Воп.** Если цѣлое число **555** отдѣлить запятою и приписать къ нему съ правой руки число **5**, то слѣдую тому же порядку, можно положить, что въ числѣ **555,5** послѣднiя **5** во сколько разъ будутъ менѣе **5** единицъ?

**Отв.** Въ *десять* разъ.

**Воп.** Посему въ числѣ **555,5** послѣднiя **5** какую составляютъ часть единицы?

**Отв.**  $\frac{5}{10}$ .

**Воп.** Если приписать еще число **5** съ правой руки, то въ числѣ **555,55** во сколько разъ послѣднiя **5** будутъ менѣе **5** *десятыхъ* единицы?

---

(\*) Смотри § 5.

**Отв.** Также въ десять разъ.

**Воп.** Посему въ числѣ 555,55 послѣднія 5 какую составляютъ часть единицы?

**Отв.**  $\frac{5}{100}$ .

**Воп.** Слѣдовательно вмѣсто того чтобы писать десятичныя дроби  $\frac{5}{10}$ ,  $\frac{5}{100}$  двумя цифрами, какъ обыкновенныя дроби, нельзя ли ихъ написать проще, одною цифрою, безъ знаменателя.

**Отв.** Можно. Надобно только, отдѣливъ цѣлое число запятою, написать 5 десятыхъ на первомъ мѣстѣ послѣ запятой, 5 сотыхъ на второмъ и такъ далѣе.

**Воп.** И такъ вообще, какъ можно написать всякую десятичную дробь?

**Отв.** Чтобы написать всякую десятичную дробь должно отдѣлить цѣлое число запятою и потомъ писать десятыя, сотыя, тысячныя и такъ далѣе части единицы.

**Напримѣръ:** Число 3 цѣлыхъ, 1 десятая, 2 сотыхъ, пишется такъ: 3,12.

Число 42 цѣлыхъ, 2 десятыхъ, 0 сотыхъ, 9 тысячныхъ, 6 десятитысячныхъ, пишется такъ: 42,2096.

**Воп.** Какъ означалъ ты, въ цѣлыхъ числахъ, что какой либо разрядъ пропущенъ?

**Отв.** Я ставилъ вмѣсто пропущеннаго разряда знакъ 0 (\*).

**Воп.** Слѣдовательно если бы случилось написать одну десятичную дробь, безъ цѣлаго числа, то какъ можно означить что цѣлаго числа нѣтъ?

(\*) Смотри § 4.

**Отв.** Можно вмѣсто цѣлаго числа написать, 0.  
**Напримльръ:** Дробь 3 десятыхъ пишется такъ: 0,3.

Дробь 1 десятая, 7 сотыхъ, 0 тысячныхъ, 8 десятитысячныхъ пишется такъ: 0,1708.

§ 84. Какъ выговаривать десятичную дробь.

**Воп.** Напиши десятичную дробь 8 десятыхъ, 3 сотыхъ, 7 тысячныхъ?

**Отв.** Эта дробь пишется такъ: 0,837.

**Воп.** Изъ какихъ обыкновенныхъ дробей составлена эта десятичная дробь?

**Отв.** Изъ  $\frac{8}{10} + \frac{3}{100} + \frac{7}{1000}$ .

**Воп.** Приведи эти дроби къ одному знаменателю?

**Отв.**  $\frac{800}{1000} + \frac{30}{1000} + \frac{7}{1000} = \frac{837}{1000}$ .

**Воп.** И такъ дробь 0,837 равна какой обыкновенной дроби?

**Отв.** Дробь  $0,837 = \frac{837}{1000}$ , то есть 837-ми тысячнымъ.

**Воп.** Посему, вмѣсто того чтобы выговаривать каждую цифру десятичной дроби съ ея знаменателемъ, какъ должно выговаривать десятичныя дроби?

**Отв.** Должно сперва выговорить все десятичное число, а потомъ знаменателя послѣдней десятичной цифры.

**Напримльръ:** 0,52 — 52 сотыхъ.

0,5742 — 5742 десятитысячныхъ.

5,06 — 5 цѣлыхъ и 6 сотыхъ.

§ 85. Какъ обратить десятичную дробь, написанную безъ знаменателя, въ обыкновенную.

**Воп.** Возьми дробь 4,2596. Изъ чего состоитъ она?

**Отв.** Дробь 4,2596 состоитъ изъ 4 цѣлыхъ,  $\frac{2}{10}$ ,  $\frac{5}{100}$ ,  $\frac{9}{1000}$  и  $\frac{6}{10000}$ .

**Воп.** Найди же какой обыкновенной дроби равна десятичная дробь 4,2596?

**Отв.** Для этого надобно только сложить составныя части этой дроби:

$$4 + \frac{2}{10} + \frac{5}{100} + \frac{9}{1000} + \frac{6}{10000}.$$

Приведа дроби къ одному знаменателю, получу:

$$4 + \frac{2000}{10000} + \frac{500}{10000} + \frac{90}{10000} + \frac{6}{10000}.$$

Сложивъ числителей, будетъ:

$$4,2596 = 4 + \frac{2596}{10000} = 4 \frac{2596}{10000},$$

или обративъ смѣшанную дробь въ неправильную, найду что  $4,2596 = \frac{42596}{10000}$ .

**Воп.** И такъ всякая десятичная дробь равна какой обыкновенной?

**Отв.** Всякая десятичная дробь равна такой обыкновенной, у которой числитель есть данная десятичная дробь, безъ запятой, а знаменатель единица съ такимъ числомъ нулей, сколько дано десятичныхъ знаковъ.

**Напримѣръ :**

$$\begin{array}{l} 0,35 = \frac{35}{100} \quad 0,001 = \frac{1}{1000} \quad 3,003 = \frac{3003}{1000} \\ 0,0709 = \frac{709}{10000} \quad 1,5 = \frac{13}{10} \quad 5890,67 = \frac{589067}{100} \end{array}.$$

§ 86. Какъ десятичную дробь, написанную съ знаменателемъ, обратить въ десятичную же, безъ знаменателя.

**Воп.** Возьми дробь  $\frac{8537}{10,000}$ ; изъ какихъ слогаемыхъ частей состоитъ числитель?

**Отв.** Числитель состоитъ изъ  $8000 + 500 + 30 + 7$ .

**Воп.** Какія все это части единицы?

**Отв.** Десятитысячныя.

**Воп.** Слѣдовательно какимъ слогаемымъ обыкновеннымъ дробямъ равна данная дробь?

**Отв.** Данная дробь  $\frac{8537}{10,000} = \frac{8000}{10,000} + \frac{500}{10,000} + \frac{30}{10,000} + \frac{7}{10,000}$ , или, сокращая дроби на нули,  $= \frac{8}{10} + \frac{5}{100} + \frac{3}{1000} + \frac{7}{10,000}$ .

**Воп.** Чему же равна данная дробь, если эти слогаемыя дроби написать въ видѣ десятичной дроби?

**Отв.** Будеть:  $\frac{8537}{10,000} = 0,8537$ .

**Воп.** И такъ, какъ всякую десятичную дробь, написанную съ знаменателемъ, обратить въ десятичную же, безъ знаменателя?

**Отв.** Для этого должно откинуть знаменателя данной дроби и въ числитель ея отдѣлить, отъ правой руки къ лѣвой, столько десятичныхъ знаковъ, сколько въ знаменателѣ нулей.

**Напримльрь:**

$$\frac{358}{1000} = 0,358 \quad \left| \frac{64}{10} = 6,4 \quad \left| \frac{2}{1000} = 0,002 \right. \right.$$

$$\frac{58}{1000} = 0,058 \quad \left| \frac{604}{10} = 60,4 \quad \left| \frac{75}{10,000} = 0,0075 \right. \right.$$

## Г Л А В А XVII.

### Свойства десятичныхъ дробей.

§ 87. Во сколько разъ десятичная дробь увеличивается отъ перенесенія запятой отъ лѣвой руки къ правой.

*Воп.* Возьми дробь  $0,485$ ; перенеси запятую отъ лѣвой руки къ правой на одинъ знакъ, получится дробь  $4,85$ ; будетъ ли эта дробь болѣе первой?

*Отв.* Дробь  $4,85$  болѣе  $0,485$ , ибо въ первой дробѣ находятся цѣлыя числа, а во второй только части единицы.

*Воп.* Сравни, во сколько разъ каждая цифра дробѣ  $4,85$  увеличилась отъ перенесенія запятой на одинъ знакъ?

*Отв.* Въ дробѣ  $4,85$ :—4 цѣлыхъ болѣе 4 десятыхъ въ 10 разъ, 8 десятыхъ болѣе 8 сотыхъ въ 10 разъ и 5 сотыхъ болѣе 5 тысячныхъ также въ 10 разъ.

*Воп.* Посему, если каждая часть дробѣ  $4,85$  увеличилась въ 10 разъ, то и вся дробь во сколько разъ будетъ болѣе данной дробѣ  $0,485$ ?

*Отв.* Дробь  $4,85$  будетъ въ 10 разъ болѣе дробѣ  $0,485$ .

*Воп.* Въ дробѣ  $0,485$  перенеси запятую отъ лѣвой руки къ правой на два знака?

*Отв.* Получу дробь  $48,5$ .

*Воп.* Чтобы узнать во сколько разъ данная

дробь увеличилась, сравни все цифры дроби 48,5 с цифрами данной дроби?

**Отв.** Въ дроби 48,5 : — 4 десятка во 100 разъ болѣе 4 десятыхъ данной дроби; 8 единицъ во 100 разъ болѣе 8 сотыхъ данной дроби; 5 десятыхъ во 100 разъ болѣе 5 тысячныхъ данной дроби.

**Воп.** Слѣдовательно вся дробь 48,5 во сколько разъ болѣе данной дроби 0,485?

**Отв.** Въ 100 разъ.

**Воп.** И такъ, что дѣлается съ десятичною дробью, если перенести запятую отъ лѣвой руки къ правой на одинъ, на два знака и такъ далѣе?

**Отв.** Если въ десятичной дроби перенести запятую отъ лѣвой руки къ правой на одинъ, на два знака и такъ далѣе, то дробь увеличивается въ 10, во 100 разъ и такъ далѣе.

**Напримѣръ :**

Дробь 3,7 въ 10 разъ болѣе дроби 0,37.

Число 37 во 100 « « « 0,37.

Дробь 0,1 въ 10 « « « 0,01.

1 во 100 « « « 0,01.

3855 , 6 въ 1000 « « « 3,8556.

§ 88. Во сколько разъ десятичная дробь уменьшается отъ перенесенія запятой отъ правой руки къ лѣвой.

**Воп.** Возьми дробь 3,72; перенеси запятую влѣво на одинъ знакъ, получится дробь

**0,372**; во сколько разъ эта дробь будетъ менѣе данной дроби?

**Отв.** Дробь **0,372** будетъ въ **10** разъ менѣе дроби **3,72**, ибо сравнивая цифры обѣихъ дробей можно доказать по прежнему, что каждая цифра дроби **3,72** уменьшилась въ **10** разъ отъ перенесенія запятой влѣво на одинъ знакъ.

**Воп.** Возьми дробь **37,2**; перенеси запятую влѣво на два знака, получится дробь **0,372**; во сколько разъ эта дробь будетъ менѣе данной дроби?

**Отв.** Чрезъ сравненіе цифръ обѣихъ дробей можно опять доказать, что дробь **0,372** будетъ во **100** разъ менѣе дроби **37,2**.

**Воп.** Посему, что дѣлается съ десятичною дробью если перенести запятую отъ правой руки къ лѣвой на одинъ, на два знака и такъ далѣе?

**Отв.** Если въ десятичной дроби перенести запятую отъ правой руки къ лѣвой на одинъ, на два знака и такъ далѣе, то дробь уменьшается въ **10**, во **100** разъ и такъ далѣе.

**Напримѣръ:**

Дробь **0,0762** въ **10** разъ менѣе дроби **0,762**.

» » **0,38** во **100** » » » » числа **38**.

» » **0,0001** въ **1000** » » » » дроби **0,1**.

§ 89. Когда десятичная дробь не перемѣняетъ своей величины.

**Воп.** Возьми дробь **0,557**; приписавъ съ правой стороны три нуля, получимъ дробь

**0,557000** ; сколько десятыхъ, сотыхъ и такъ далѣе частей въ каждой изъ этихъ двухъ дробей?

**Отв.** Въ дроби **0,557** — 5 десятыхъ, 5 сотыхъ и 7 тысячныхъ, а въ дроби **0,557000**—5 десятыхъ, 5 сотыхъ и 7 тысячныхъ, а прочихъ долей нѣтъ.

**Воп.** Посему равны ли эти дроби?

**Отв.** Дробь **0,557=0,557000**.

**Воп.** Слѣдовательно, что дѣлается съ десятичной дробью, если въ концѣ ея приписать или откинуть одинъ или нѣсколько нулей?

**Отв.** Десятичная дробь не перемѣняетъ своей величины, если въ концѣ ея приписать или откинуть одинъ или нѣсколько нулей.

**Напримѣръ:** **1,8=1,80;—0,9200=0,92**.

§ 90. Какъ привести десятичныя дроби къ одному знаменателю.

**Воп.** Возьми дроби **0,4** и **0,27**. Въ какихъ частяхъ единицы выражены эти дроби?

**Отв.** Первая дробь **0,4** выражена въ десятыхъ частяхъ единицы, а вторая **0,27** въ сотыхъ.

**Воп.** Посему какъ привести эти дроби къ однимъ частямъ единицы или къ одному знаменателю?

**Отв.** Должно только дробь **0,4** выразить въ сотыхъ частяхъ единицы.

**Воп.** Но какъ десятичная дробь не перемѣняетъ своей величины, если въ концѣ ея приписать одинъ или нѣсколько нулей, то какъ дробь 0,4 выразить въ сотыхъ частяхъ единицы?

**Отв.** Надобно въ концѣ дроби 0,4 приписать 0, тогда будетъ  $0,4=0,40$  и дробь 0,40 будетъ имѣть одинакій знаменатель съ дробью 0,27.

**Воп.** Посему, какъ привести десятичныя дроби къ одному знаменателю?

**Отв.** Чтобы привести десятичныя дроби къ одному знаменателю должно къ десятичнымъ дробямъ приписать съ правой стороны нули, такъ чтобы въ данныхъ дробяхъ число десятичныхъ знаковъ было одинаково.

*Напримѣръ:*

$$\begin{array}{l|l} 0,7 = 0,700 & 0,01 = 0,01000. \\ 0,28 = 0,280 & 0,3405 = 0,34050. \\ 0,196 = 0,196 & 5,72416 = 5,72416. \end{array}$$

## Г Л А В А XVIII.

### Сложеніе десятичныхъ дробей.

§ 91. Какъ сложить десятичныя дроби.

**Воп.** Требуется сложить дроби 0,557 и 0,24. Изъ сколькихъ десятыхъ, сотыхъ и такъ далѣе состоитъ каждая изъ этихъ дробей?

**Отв.** Дробь  $0,357$  состоитъ изъ 3 десятихъ, 5 сотыхъ и 7 тысячныхъ, а дробь  $0,24$  изъ 2 десятихъ и 4 сотыхъ.

**Воп.** Какъ же узнать, сколько въ обѣихъ дробяхъ вмѣстѣ, или въ суммѣ двухъ данныхъ дробей, будетъ десятихъ, сотыхъ и тысячныхъ?

**Отв.** Должно только сложить 3 десятихъ съ 2 десятичными, 5 сотыхъ съ 4 сотыми и 7 тысячныхъ съ 0 тысячными, то есть двѣ данныя дроби должно сложить какъ цѣлыя числа.

**Воп.** Но при сложеніи цѣлыхъ чиселъ какъ писалъ ты слогаемыя числа?

**Отв.** Я писалъ слогаемыя числа одно подъ другимъ, такъ чтобы одинакіе разряды чиселъ стояли въ одномъ столбцѣ (\*).

**Воп.** Съ какого разряда начиналъ ты складывать цѣлыя числа?

**Отв.** Для удобства я начиналъ складывать цѣлыя числа съ меньшаго разряда (\*).

**Воп.** Посему какъ сложить десятичныя дроби?

**Отв.** Чтобы сложить десятичныя дроби должно написать слогаемыя числа одно подъ другимъ, такъ чтобы цѣлыя числа стояли подъ цѣлыми, а дроби подъ дробями, и притомъ десятыя доли подъ десятичными, сотыя подъ сотыми, тысячныя подъ тысячными и такъ далѣе. Подчеркнувъ данныя числа, должно складывать отъ правой руки къ лѣвой, какъ цѣлыя числа.

---

(\*) Смотри § 17.

**Примѣры:**

$$\begin{array}{r}
 0,557 \\
 +0,24 \\
 \hline
 0,597
 \end{array}
 +
 \begin{array}{r}
 45,5874 \\
 + 2,7098 \\
 \hline
 46,2972
 \end{array}
 +
 \begin{array}{r}
 452,5 \\
 + 5,7005 \\
 + 0,059 \\
 + 0,008 \\
 \hline
 458,0673
 \end{array}$$

## Г Л А В А XIX.

### Вычитаніе десятичныхъ дробей.

§ 92. Какъ вычесть одну десятичную дробь изъ другой.

**Воп.** Изъ дроби 8,45 требуется вычесть дробь 5,14. Изъ сколькихъ единицъ, десятыхъ и сотыхъ состоитъ каждая изъ сихъ дробей?

**Отв.** Уменьшаемая дробь 8,45 состоитъ изъ 8 единицъ, 4 десятыхъ и 5 сотыхъ, а вычитаемая дробь 5,14 состоитъ изъ 5 единицъ, 1 десятой и 4 сотыхъ.

**Воп.** Какъ же узнать сколько будетъ единицъ, десятыхъ и сотыхъ въ разности двухъ данныхъ дробей?

**Отв.** Должно только изъ 8 единицъ вычесть 5 единицъ, изъ 4 десятыхъ 1 десятую и изъ 5 сотыхъ 4 сотыхъ, то есть вычитаемую дробь должно вычесть изъ уменьшаемой дроби какъ цѣлыя числа.

**Воп.** Но при вычитаніи цѣлыхъ чиселъ какъ писалъ ты данныя числа?

**Отв.** Я писалъ вычитаемое число подъ уменьшаемымъ, такъ чтобы одинакаго разряда цифры стояли въ одномъ столбцѣ (\*).

**Воп.** Съ какого разряда начиналъ ты вычитать цѣлыя числа?

**Отв.** Для удобства я начиналъ вычитать цѣлыя числа съ меньшаго разряда (\*).

**Воп.** Слѣдовательно какъ вычесть одну десятичную дробь изъ другой?

**Отв.** Чтобы вычесть одну десятичную дробь изъ другой должно написать вычитаемую дробь подъ уменьшаемою, такъ чтобы одинакаго разряда цифры стояли въ одномъ столбцѣ; подчеркнувъ данныя числа, должно вычитать отъ правой руки къ лѣвой какъ цѣлыя числа.

**Примѣры:**

$$\begin{array}{r}
 8,45 \\
 - 5,14 \\
 \hline
 3,31
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 951,200601 \\
 - 52,403215 \\
 \hline
 898,797386
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 0,6789 \\
 - 0,0146 \\
 \hline
 0,6643
 \end{array}$$

§ 93. Какъ вычесть одну десятичную дробь изъ другой, имѣющія неравное число десятичныхъ знаковъ.

**Воп.** Положимъ требуется изъ 95,68 вычесть 4,9106. Подпиши, по правиламъ, вычитаемую дробь подъ уменьшаемою?

(\*) Смотри § 24.

(\*) Смотри § 24.  
(\*\*) Смотри § 24.

*Отв.* Будеть:

95,68

— 4,9106

---

*Воп.* Какъ въ уменьшаемой дроби не имѣется тысячныхъ и десятичныхъ частей, то для удобства вычитанія нельзя ли вмѣсто ихъ написать нули?

*Отв.* Можно, ибо десятичная дробь не перемѣняетъ своей величины, если въ концѣ дроби приписать нули (\*).

*Воп.* Припиши нули и сдѣлай вычитаніе?

*Отв.* Будеть: 95,6800

— 4,9106

---

90,7694

*Воп.* Ты приписалъ къ уменьшаемой дроби столько нулей, чтобы въ данныхъ дробяхъ число десятичныхъ знаковъ было одинаково, слѣдовательно что сдѣлалъ ты съ обѣими дробями?

*Отв.* Я привелъ ихъ къ одинакому знаменателю (\*\*).

*Воп.* И такъ, если требуется вычесть одну дробь изъ другой, имѣющія неравное число десятичныхъ знаковъ, то какъ поступать въ этомъ случаѣ?

*Отв.* Должно, для удобства вычитанія, привести дроби къ одному знаменателю, то

---

(\*) Смотри § 89.

(\*\*) Смотри § 90.

есть должно приписать къ числу, имѣющему менѣе десятичныхъ знаковъ, столько нулей, чтобы въ обоихъ числахъ вышло поровну десятичныхъ, и потомъ вычитать.

**Примѣръ:** Изъ 24,81036 вычестъ 1,25.

$$\begin{array}{r} 24,81036 \\ - 1,25000 \\ \hline 23,56036 \quad (*) \end{array}$$

## Г Л А В А XX.

### Умноженіе десятичныхъ дробей.

§ 94. Какъ умножить одну десятичную дробь на другую.

**Воп.** Требуется умножить 7,28 на 0,02. Напиши данныя числа съ знаменателемъ?

**Отв.** 7,28 будетъ равно  $\frac{728}{100}$ , а 0,02 =  $\frac{2}{100}$ .

**Воп.** Перемножь эти обыкновенныя дроби?

**Отв.** Будетъ:  $\frac{728}{100} \times \frac{2}{100} = \frac{1456}{10,000}$ .

**Воп.** Дробь  $\frac{1456}{10,000}$  равна какой десятичной?

**Отв.** Дробь  $\frac{1456}{10,000} = 0,1456$ .

**Воп.** И такъ если  $\frac{728}{100}$  помножить на  $\frac{2}{100}$ , или, что все равно, 7,28 помножить на 0,02, какое получится произведеніе?

**Отв.** Получится 0,1456.

**Воп.** Возьми опять данныя дроби 7,28 и 0,02;

(\*) Цовѣрка сложенія и вычитанія десятичныхъ дробей дѣлается такъ же какъ и въ цѣлыхъ числахъ.

откинь отъ нихъ запятая и перемножь какъ цѣлыя числа; какое получится произведеніе?

*Отв.* Будеть:

728

× 2

---

1456.

*Воп.* Чтобы получить 0,1456, сколько десятичныхъ знаковъ надобно отдѣлить въ произведеніи 1456?

*Отв.* Четыре.

*Воп.* А въ данныхъ дробяхъ 7,28 и 0,02 сколько десятичныхъ знаковъ въ множимомъ и множителѣ?

*Отв.* Также четыре.

*Воп.* Посему, вмѣсто того чтобы при умноженіи 7,28 на 0,02 обращать эти дроби въ обыкновенныя, потомъ перемножать и произведеніе обращать въ десятичную дробь, какъ можно проще сдѣлать умноженіе?

*Отв.* Можно отбросить запятая въ данныхъ числахъ, перемножить ихъ какъ цѣлыя числа и потомъ отдѣлить въ произведеніи столько десятичныхъ знаковъ, сколько было въ множимомъ и множителѣ.

*Воп.* Слѣдовательно какъ умножить одну десятичную дробь на другую?

*Отв.* Должно отъ данныхъ дробей откинуть запятая и перемножить ихъ какъ цѣлыя числа, потомъ отдѣлить въ произведеніи, отъ правой руки къ лѣвой, столько десятичныхъ знаковъ, сколько было ихъ въ множимомъ и множителѣ.

**Примѣры:**  $4,504 \times 0,0056.$

4504

× 56

—————  
25824

21520

—————  
241024

$4,504 \times 0,0056 = 0,0241024.$

$5,846 \times 1,85 \times 0,4$

5846

× 185

—————  
11558

50768

5846

—————  
703818

× 4

—————  
2815272

$5,846 \times 1,85 \times 0,4 = 2,815272.$

$0,0001 \times 0,098.$

98

× 1

—————  
98

$0,0001 \times 0,098 = 0,0000098.$

§ 95. Какъ умножить десятичную дробь на 10, 100, 1000 и такъ далѣе.

**Воп.** Требуется умножить десятичную дробь 0,02 на 10; что значитъ умножить дробь на 10?

**Отв.** Умножить дробь на 10 значитъ увеличить ее въ 10 разъ (\*).

(\*) Смотри § 27.

**Воп.** А когда десятичная дробь увеличится въ 10 разъ?

**Отв.** Десятичная дробь увеличится въ 10 разъ когда перенести запятую отъ лѣвой руки къ правой на одинъ знакъ.

**Воп.** Посему чему равно  $0,02 \times 10$ ?

**Отв.**  $0,02 \times 10 = 0,2$ .

**Воп.** По той же причинѣ чему равно  $0,02 \times 100$ ?

**Отв.**  $0,02 \times 100 = 2$ .

**Воп.** И такъ какъ умножить десятичную дробь на 10, 100, 1000 и такъ далѣе?

**Отв.** Чтобы умножить десятичную дробь на 10, 100, 1000 и такъ далѣе, должно только переставить запятую вправо на одинъ, два, три и такъ далѣе десятичныхъ знаковъ.

**Примльры:**

$$\begin{aligned} 8,255 \times 100 &= 825,5 \\ 0,000568 \times 1000 &= 0,568 \\ 0,000568 \times 10,000 &= 5,68 \\ 55,15 \times 10,000 &= 551500. \end{aligned}$$

## Г Л А В А XXI.

### Дѣленіе десятичныхъ дробей.

§ 96. Какъ раздѣлить десятичныя дроби, когда обѣ дроби имѣютъ равное число десятичныхъ знаковъ.

**Воп.** Требуется раздѣлить 12,71 на 0,51, то есть десятичныя дроби, у которыхъ число десятичныхъ знаковъ равное. Обрати эти дроби въ обыкновенныя?

**Отв.** Будетъ:  $12,71 = \frac{1271}{100}$ , а  $0,51 = \frac{51}{100}$ .

**Воп.** Раздѣли  $\frac{1271}{100}$  на  $\frac{51}{100}$ ?

**Отв.** Получу:  $1271/100 : 31/100 = \frac{1271 \times 100}{31 \times 100} = 1271/31 = 41.$

**Воп.** Посему чтобы раздѣлить  $1271/100$  на  $31/100$ , или, что все равно, 12,71 на 0,31, какія числа должно только раздѣлить?

**Отв.** Должно только раздѣлить числителей обыкновенныхъ дробей, потому что знаменатели ихъ одинакіе, или, что все равно, должно только отбросить запятая въ десятичныхъ дробяхъ, и раздѣлить ихъ какъ цѣлыя числа,

**Воп.** Раздѣли же въ самомъ дѣлѣ?

**Отв.** Будеть:  $31 \overline{) 1271} \overline{) 41}$   
 $124$

$31$

$31$

$0$

то есть:  $12,71 : 0,31 = 41.$

**Воп.** И такъ, какъ раздѣлить одну десятичную дробь на другую, когда обѣ дроби имѣютъ равное число десятичныхъ знаковъ?

**Отв.** Въ такихъ дробяхъ должно откинуть запятая и дѣлить какъ цѣлыя числа:

**Примѣръ:**  $121,824 : 0,564$

$564 \overline{) 121824} \overline{) 216}$

$1128$

$902$

$564$

$5584$

$5584$

$0.$

$121,824 : 0,564 = 216.$

§ 97. Какъ раздѣлить десятичныя дроби, когда число ихъ десятичныхъ знаковъ неравное.

**Воп.** Требуется раздѣлить 6,5 на 0,055, то есть десятичныя дроби, у которыхъ число десятичныхъ знаковъ неравное. Какъ привести этотъ случай къ предыдущему, то есть чтобы число десятичныхъ знаковъ въ данныхъ дробяхъ было равное?

**Отв.** Стоитъ только къ 6,5 приписать съ правой руки два нуля, тогда получимъ дроби 6,500 и 0,055 съ одинаковыми знаменателями.

**Воп.** Дробь 6,5 перемѣнить ли при этомъ свою величину?

**Отв.** Нѣтъ, не перемѣнить, ибо  $6,5 = 6,500$  (\*).

**Воп.** Раздѣли же 6,500 на 0,055 какъ въ предыдущемъ случаѣ?

**Отв.** Будеть:  $55 \mid 6500 \mid 180$

55

—  
280

—  
280

—  
0

6,500 : 0,055 = 180, или, что все равно,  
6,5 : 0,055 = 180.

**Воп.** Посему какъ раздѣлить одну десятичную дробь на другую, когда число ихъ десятичныхъ знаковъ неравное?

**Отв.** Должно къ дроби, у которой менѣе десятичныхъ знаковъ, приписать столько ну-

---

(\*) Смотри § 89.

лей, чтобы сравнить число десятичныхъ знаковъ обѣихъ дробей, потомъ откинуть запятыя и дѣлить какъ цѣлыя числа.

*Примѣры:*

$$1.) 0,8516 : 0,4. \quad 4000 \mid 8516 \mid 2$$

$$\underline{\quad\quad\quad 8000 \quad\quad\quad}$$

$$\quad\quad\quad 516$$

$$0,8516 : 0,4 = 2 + \frac{516}{4000} = 2 + \frac{129}{1000} = 2,129.$$

$$2.) 37 : 0,5 \quad 5 \mid 370 \mid 74$$

35

20

20

0.

$$37 : 0,5 = 74.$$

§ 98. Какъ раздѣлить десятичную дробь на 10, 100, 1000 и такъ далѣе.

*Воп.* Требуется раздѣлить десятичную дробь 24,5 на 10; что значитъ раздѣлить дробь на 10?

*Отв.* Раздѣлить дробь на 10 значитъ уменьшить её въ 10 разъ.

*Воп.* А когда десятичная дробь уменьшается въ 10 разъ?

*Отв.* Десятичная дробь уменьшается въ 10 разъ, когда перенесешь запятую отъ правой руки къ лѣвой на одинъ знакъ.

*Воп.* Посему чему равно  $24,5 : 10$ ?

*Отв.*  $24,5 : 10 = 2,45$ .

*Воп.* По той же причинѣ чему равно  $24,5 : 100$ ?

*Отв.*  $24,5 : 100 = 0,245$ .

*Воп.* И такъ, какъ раздѣлить десятичную дробь на 10, 100, 1000 и т. д.?

**Отв.** Чтобы раздѣлить десятичную дробь на 10, 100, 1000 и т. д. должно только переставить запятую влѣво на одинъ, два, три и такъ далѣе десятичныхъ знаковъ.

**Примѣры:**

$$2521,3 : 1000 = 2,5213. \quad 0,79 : 10 = 0,079.$$

$$456 : 10 = 45,6. \quad 0,79 : 100 = 0,0079.$$

$$456 : 1000 = 0,456. \quad 0,01 : 1000 = 0,00001 (*).$$

## Г Л А В А XXII.

### Превращеніе обыкновенныхъ дробей въ десятичныя.

§ 99. Какъ всякую правильную обыкновенную дробь превратить въ десятичную.

**Воп.** Требуется правильную дробь  $\frac{3}{4}$  превратить въ десятичную или узнать какой десятичной дроби она равна. Всякая десятичная дробь состоитъ изъ какихъ частей?

**Отв.** Всякая десятичная дробь состоитъ изъ десятыхъ, сотыхъ, тысячныхъ и такъ далѣе частей.

**Воп.** Въ данной дроби  $\frac{3}{4}$  сколько единицъ раздѣлены на 4 части?

**Отв.** 3 единицы.

**Воп.** Въ одной единицѣ сколько десятыхъ частей?

---

(\*) ПОВѢРКА умноженія и дѣленія десятичныхъ дробей дѣлается такъ же какъ и въ цѣлыхъ числахъ.

**Отв.** 10 десятыхъ.

**Воп.** А въ 3 единицахъ?

**Отв.** Въ 3 единицахъ будетъ 30 десятыхъ.

**Воп.** Въ 30 десятыхъ сколько разъ содержится знаменатель данной дроби 4?

**Отв.** 7 разъ, потому что  $4 \times 7 = 28$ .

**Воп.** Слѣдовательно чему равно 30 десят.: 4?

**Отв.** 30 десят.:  $4 = 7$  десят. съ остаткомъ въ 2 десятыхъ.

**Воп.** А въ 2 десятыхъ сколько заключается сотыхъ?

**Отв.** 20 сотыхъ.

**Воп.** Въ 20 сотыхъ сколько разъ заключается знаменатель 4?

**Отв.** 5 разъ безъ остатка, то есть 20 сот.:  $4 = 5$  сот.

**Воп.** Посему дробь  $\frac{3}{4}$  равна сколькимъ десятымъ и сотымъ?

**Отв.** Дробь  $\frac{3}{4}$  равна 7 десятымъ и 5 сотымъ, или  $\frac{3}{4} = 0,75$ .

**Воп.** И такъ, какъ всякую обыкновенную правильную дробь превратить въ десятичную?

**Отв.** Для этого должно числителя правильной дроби раздробить въ десятые доли, помноживъ его на 10, и потомъ раздѣлить на знаменателя, отчего въ частномъ числѣ получатся десятые доли. Остатокъ отъ десятыхъ долей должно раздробить въ сотыя и раздѣлить на знаменателя, отчего въ частномъ числѣ получатся сотыя доли, и такъ далѣе.

**Примѣры:**

Дробь  $\frac{3}{8}$  превратить въ десятичную:

8 | 3 ед. | 0,375

30 дес.

24

60 сот.

56

40 тыс.

40

0.

**Дробь  $\frac{7}{128}$  превратить въ десятичную:**

128 | 7 | 0,0546875

700

640

600

512

880

768

1120

1024

960

896

640

640

0.

**§ 100.** Какъ всякую неправильную обыкновенную дробь превратить въ десятичную.

**Воп.** Требуется неправильную дробь  $\frac{91}{40}$  превратить въ десятичную. Какъ привести этотъ случай къ предыдущему?

**Отв.** Такъ какъ неправильная дробь заключаетъ въ себѣ цѣлыя числа, то надобно сначала исключить изъ нея цѣлыя числа, а потомъ уже превращать въ десятичную дробь.

$$\begin{array}{r}
 40 \mid 91 \mid 2,275 \\
 \underline{80} \\
 110 \\
 \underline{80} \\
 300 \\
 \underline{280} \\
 200 \\
 \underline{200} \\
 0.
 \end{array}$$

## Г Л А В А XXIII.

### О безконечныхъ десятичныхъ дробяхъ.

§ 101. Что называютъ безконечною десятичною дробью.

**Воп.** Преврати дробь  $\frac{1}{3}$  въ десятичную?

**Отв.** Будетъ:

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 1} \mid 0,333 \dots \\ \underline{10} \\ 9 \\ \underline{10} \\ 9 \end{array}$$

10 и такъ далѣе,

то есть дробь  $\frac{1}{3} = 0,3333 \dots$ , причемъ дѣленіе никогда не кончится и десятичная дробь выразится неопредѣленнымъ числомъ десятичныхъ знаковъ.

**Воп.** Почему же дѣленіе никогда не кончится?

**Отв.** Потому что 10 не дѣлится на 3 на цѣло.

**Воп.** Какъ же можно назвать десятичную дробь, которая никогда не оканчивается?

**Отв.** *Безконечною.*

**Воп.** Что же называютъ безконечною десятичною дробью?

**Отв.** Безконечною десятичною дробью называютъ такую десятичную дробь, которая никогда не оканчивается или выражается безконечнымъ числомъ десятичныхъ знаковъ.

§ 102. Почему безконечною десятичною дробь называютъ также періодическою или съ отдѣленіями.

**Воп.** Обрати въ десятичную дробь  $\frac{1}{33}$ ?

**Отв.** Получу:  $33 \mid 7 \mid 0,212121\dots$

70

66

40

33

70

66

40

33

70 и такъ далье,

то есть  $\frac{7}{33} = 0,21\ 21\ 21\dots$

**Воп.** Въ дроби  $0,212121\dots$  какія цифры безпрестанно повторяются?

**Отв.** Въ этой дроби повторяются цифры 2 и 1.

**Воп.** А въ дроби  $0,3333\dots$  какая цифра повторяется?

**Отв.** Цифра 3.

**Воп.** Посему цифра 3 въ дроби  $0,333\dots$  и цифры 2 и 1 въ дроби  $0,212121\dots$  составляютъ какъ бы отдѣленія или періоды въ сихъ дробяхъ; — какъ по этому можно называть еще безконечныя десятичныя дроби?

**Отв.** Безконечныя десятичныя дроби можно называть еще десятичными дробями съ отдѣленіями или періодическими.

**Воп.** Почему же безконечную десятичную дробь называютъ также періодическою или съ отдѣленіями?

**Отв.** Потому что во всякой бесконечной десятичной дроби одна, двѣ, три или нѣсколько цифръ безпрестанно повторяются въ одномъ и томъ же порядкѣ или какъ бы идутъ отдѣленіями, періодами.

**Напримѣръ:**  $\frac{1}{7} = 0,142857\ 142857\ 142857\ 142857\ \dots$

§ 103. Какія періодическія дроби называютъ простыми и какія смѣшанными.

**Воп.** Въ дробяхъ  $0,555\dots$  или  $0,212121\dots$  отдѣленіе или періодъ начинается тотчасъ послѣ 0 или съ первой десятичной цифры; но обрати дробь  $\frac{19}{185}$  въ десятичную, что получится?

**Отв.** Получу:  $185 \mid 19 \mid 0,1027\ 027027\dots$

190

185

500

370

1500

1295

5

**Воп.** Въ дроби  $0,1027\ 027\dots$  съ которой десятичной цифры начинается періодъ?

**Отв.** Періодъ 027 начинается со второй десятичной цифры.

**Воп.** Обрати еще дробь  $\frac{27}{44}$  въ десятичную и скажи съ какой цифры начинается въ ней періодъ?

**Отв.**  $\frac{27}{44} = 0,61\ 36\ 36\ 36\dots\dots$ ; періодъ начинается въ ней съ третьей десятичной цифры.

**Воп.** Посему какъ можно назвать періодическія дроби, въ которыхъ періодъ начинается тотчасъ послѣ 0 или съ первой десятичной цифры, и такія періодическія дроби, въ которыхъ періодъ начинается со второй, третьей и т. д. десятичной цифры?

**Отв.** Періодическія дроби, въ которыхъ періодъ начинается съ первой десятичной цифры можно назвать простыми періодическими дробями, для различія отъ тѣхъ, въ которыхъ періодъ начинается послѣ нѣсколькихъ десятичныхъ цифръ. Последнія же дроби могутъ быть названы смѣшанными, ибо въ нихъ періоды находятся вмѣстѣ съ десятичными цифрами, не составляющими періоды.

**Воп.** Какія же періодическія дроби называютъ простыми и какія смѣшанными?

**Отв.** Простыя періодическія дроби суть тѣ, въ которыхъ періодъ начинается съ первой десятичной цифры, а смѣшанными называютъ тѣ, въ которыхъ періодъ не начинается съ первой десятичной цифры.

**Примѣры:** Простыя періодическія дроби:

$$\frac{2}{3} = 0,6666\dots$$

$$\frac{5}{9} = 0,5555\dots$$

$$\frac{2}{21} = 0,095238\ 095238\dots$$

Смѣшанныя періодическія дроби:

$$\frac{1}{6} = 0,16666\dots$$

$$\frac{4}{75} = 0,05333\dots$$

$$\frac{493}{17500} = 0,0281\ 714285\ 714285\dots$$

§ 104. Какія обыкновенныя дроби могутъ быть выражены конечною десятичною дробью и какія безконечною.

**Воп.** Возьми опять дробь  $\frac{1}{3}$  и повтори правило какъ обратить эту дробь въ десятичную?

**Отв.** Чтобы обратить обыкновенную дробь въ десятичную должно раздробить числителя въ десятыя, сотыя, тысячныя и т. д. доли, помножая его на 10, 100, 1000 и т. д. и раздѣляя на знаменателя.

**Воп.** Но множители 10, 100, и т. д. состоятъ изъ какихъ сомножителей?

**Отв.**  $10=2 \times 5$ ,  $100=10 \times 10=2 \times 5 \times 2 \times 5$ , и такъ далѣе.

**Воп.** Такъ какъ дробь  $\frac{1}{3}$  несократима, то помножая числителя ея на 10, на 100 и т. д., раздѣлится ли онъ на знаменателя 3?

**Отв.** Нѣтъ не раздѣлится, потому что 10, 100 и т. д., состоящія изъ сомножителей 2 и 5, не дѣлятся на 3, почему и дробь  $\frac{1}{3}$  выражается безконечною, именно  $\frac{1}{3} = 0,333 \dots$

**Воп.** Но если бы въ несократимой дроби, вмѣсто знаменателя 3, былъ знаменатель, состоящій изъ сомножителей 2 или 5, на примѣръ  $8=2 \times 2 \times 2$ ;  $25=5 \times 5$ ;  $40=2 \times 2 \times 2 \times 5$ , могъ ли бы тогда числитель дроби, помноженный на 10, 100 и т. д. раздѣлиться на знаменателя?

**Отв.** Тогда числитель раздѣлился бы на знаменателя и дробь получилась бы конечная,

ибо помножая числителя на 10, на 100 и т. д. вводятъ въ него сомножителей, которые имѣются въ знаменателѣ и которые по этому сократятся.

**Воп.** Возьми на примѣръ дробь  $\frac{3}{8}$ ; выразится она конечною или бесконечною дробью?

**Отв.**  $\frac{3}{8}$  выразится конечною дробью, ибо знаменатель  $8=2 \times 2 \times 2$  и помножая 3 на 10, на 100 и на 1000, вводятъ въ числителя сомножителя 2, который сократится съ сомножителями въ знаменателѣ. Въ самомъ дѣлѣ будетъ:

$$\begin{array}{r}
 8=2 \times 2 \times 2 \mid 3 \mid 0,375 \\
 \hline
 30=3 \times 2 \times 5 \\
 24 \\
 \hline
 60=6 \times 2 \times 5 \\
 56 \\
 \hline
 40=4 \times 2 \times 5 \\
 40 \\
 \hline
 0.
 \end{array}$$

**Воп.** Посему какія обыкновенныя дроби могутъ быть выражены конечною десятичною дробью и какія бесконечною?

**Отв.** Всѣ обыкновенныя несократимыя дроби, коихъ знаменатели состоятъ только изъ сомножителей 2 и 5 и ихъ произведеній между собою, выражаются конечною десятичною дробью; если же въ знаменателѣ несократимой дроби будутъ находиться простые или недѣлимые сомно-

жители (\*), различные от 2 и 5, напримеръ 3, 7, 11, то таковыя дроби обращаются въ бесконечную.

**Воп.** Такъ какъ обращеніе обыкновенной дроби въ конечную или бесконечную десятичную дробь зависитъ отъ сомножителей, заключающихся въ знаменателѣ дроби, то какъ узнать какая обыкновенная дробь обращается въ конечную десятичную и какая въ бесконечную?

**Отв.** Надобно только узнать изъ какихъ простыхъ сомножителей состоитъ знаменатель, или разложить знаменателя на простыхъ сомножителей, и если эти сомножители будутъ только 2 и 5 и ихъ произведенія между собою, то дробь окончится; въ противномъ случаѣ получится бесконечная дробь.

**Примѣры:**  $\frac{13}{25}$  выразится конечною дробью, ибо  $25 = 5 \times 5$ .

Дѣйствительно  $\frac{13}{25} = 0,52$ .

$\frac{11}{40}$  выразится конечною дробью, ибо  $40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5$ ;

$\frac{11}{40} = 0,275$ ;

$\frac{7}{30}$  выразится бесконечною дробью, ибо  $30 = 3 \times 2 \times 5$ .

$\frac{7}{30} = 0,2333 \dots$

$\frac{5}{21}$  выразится бесконечною дробью, ибо  $21 = 3 \times 7$ .

$\frac{5}{21} = 0,238095 \ 238095 \dots$

(\*) Простымъ или неделимымъ сомножителемъ называютъ такой, который дѣлится безъ остатка только самъ на себя и на единицу.

§ 105. При обращеніи обыкновенной дроби въ десятичную сколько десятичныхъ знаковъ получаютъ въ конечной десятичной дроби.

**Воп.** Возьми дробь  $\frac{1}{2}$  и обрати ее въ десятичную?

**Отв.** Получу:  $2 \mid 1 \mid 0,5$

10

10

0.

**Воп.** Въ знаменателѣ дроби  $\frac{1}{2}$  число **2** вошло одинъ разъ; по этому сколько множителей **2** надобно было тебѣ ввести въ числитель, или сколько разъ помножить числителя на **10**, чтобы дробь сократилась и дѣленіе кончилось?

**Отв.** Одинъ разъ.

**Воп.** Сколько же десятичныхъ цифръ получилъ ты въ частномъ?

**Отв.** Одну цифру, ибо я только одинъ разъ помножилъ числителя на **10** и одинъ же разъ раздѣлилъ его на знаменателя.

**Воп.** Но возьми опять дробь  $\frac{3}{8}$ . Знаменатель  $8=2 \times 2 \times 2$ . Сколько разъ надобно ввести въ числитель сомножителя **2** или помножить числителя на **10** и сколько разъ произвести дѣленіе, чтобы дробь сократилась?

**Отв.** Три раза.

**Воп.** Но какъ при всякомъ дѣленіи надобно задаваться въ частномъ, то сколькими десятичными знаками выразится дробь  $\frac{3}{8}$ ?

**Отв.** Тримя десятичными знаками; въ самомъ дѣлѣ  $\frac{3}{8}=0,375$ .

**Воп.** И такъ, при обращеніи обыкновенной дроби въ десятичную, сколько десятичныхъ знаковъ получаютъ въ конечной десятичной дроби?

**Отв.** При обращеніи обыкновенной дроби въ десятичную получаютъ въ конечной десятичной дроби столько десятичныхъ знаковъ, сколько разъ въ знаменателѣ обыкновенной дроби входитъ сомножитель 2 или 5, и притомъ тотъ изъ нихъ, который входитъ наибольшее число разъ.

**Примѣры:**  $\frac{13}{50}$  выразится 2-мя десятичными цифрами, ибо  $50=2 \times 5 \times 5$ ; —  $\frac{13}{50}=0,26$ .

$\frac{3}{250}$  выразится тремя десятичными цифрами, ибо  $250=2 \times 5 \times 5 \times 5$ ; —  $\frac{3}{250}=0,012$ .

$\frac{27}{400}$  выразится четырьмя десятичными цифрами, ибо  $400=2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5$ ; —  $\frac{27}{400}=0,0675$ .

$\frac{1}{125}$  выразится тремя десятичными цифрами, ибо  $125=5 \times 5 \times 5$ ; —  $\frac{1}{125}=0,008$ .

§ 106. Почему безконечная десятичная дробь бываетъ всегда періодическою.

**Воп.** Возьми дробь  $\frac{2}{11}$  и обрати ее въ десятичную?

**Отв.** Будеть:  $11 \mid 2 \mid 0,181818..$

20

11

90

88

20.  $-\frac{2}{11} = 0,181818..$

**Воп.** Какъ при дѣленіи остатки всегда бывають менѣе дѣлителя, то сколько можетъ быть разныхъ остатковъ въ предыдущемъ дѣленіи?

**Отв.** Остатковъ можетъ быть только десять.

**Воп.** Но какъ дробь  $\frac{2}{11}$  выражается безконечною дробью, то послѣ десяти или послѣ нѣсколькихъ дѣленій какой опять получится остатокъ?

**Отв.** Получится опять одинъ изъ прежнихъ остатковъ.

**Воп.** Съ полученіемъ прежняго остатка дѣленіе опять повторится прежнее и слѣдовательно какія получатся цифры въ частномъ?

**Отв.** Въ частномъ получатся прежнія цифры, отчего и составятся отдѣленія цифръ или періоды, то есть дробь будетъ періодическая.

**Воп.** И такъ почему безконечная десятичная дробь бываетъ всегда періодическою?

**Отв.** Безконечная десятичная дробь бываетъ всегда періодическою потому, что при дѣленіи числителя на знаменателя, получаемые остатки всегда бывають ме-

нѣе знаменателя, а потому послѣ нѣсколькихъ дѣленій долженъ получиться одинъ изъ прежнихъ остатковъ и тогда въ частномъ числѣ получатся опять прежнія цифры въ томъ же порядкѣ и будутъ повторяться непрерывно.

§ 107. Когда обыкновенная несократимая дробь обращается въ простую періодическую дробь и когда въ смѣшанную.

**Воп.** Обрати дробь  $\frac{3}{7}$  въ десятичную; какая получится дробь?

**Отв.** Дробь  $\frac{3}{7}$  обратится въ бесконечную десятичную дробь, потому что знаменатель ея не состоитъ изъ сомножителей 2 или 5, именно  $\frac{3}{7} = 0,428571\ 428571\dots$

**Воп.** Есть ли это простая или смѣшанная періодическая дробь?

**Отв.**  $0,428571\ 428571\dots$  есть простая періодическая дробь.

**Воп.** Посему если въ обыкновенной несократимой дроби знаменатель вовсе не заключаетъ сомножителей 2 и 5, то такая дробь обращается въ какую періодическую дробь?

**Отв.** Въ простую періодическую дробь.

**Воп.** Возьми теперь дробь  $\frac{7}{12}$ ; въ какую десятичную дробь она обращается?

**Отв.**  $\frac{7}{12}$  обращается тоже въ періодическую дробь, ибо въ знаменатель  $12 = 2 \times 2 \times 3$  заключается множитель 3. Дѣйствительно:

12 | 7 | 0,58333.

70

60

100

96

40

36

40.

**Воп.** Въ знаменателѣ 12 заключились множители 2 и 2, которые могли сократиться въ дѣленіи при сколькихъ дѣленіяхъ?

**Отв.** При двухъ дѣленіяхъ, обращая числителя въ десятыя и сотыя доли.

**Воп.** Сколько же цифръ получилось въ частномъ отъ сихъ двухъ дѣленій?

**Отв.** Отъ двухъ дѣленій, при сокращеніи множителей 2 и 2, получились въ частномъ двѣ цифры, 5 и 8.

**Воп.** Множитель 3 знаменателя не сокращается съ 10, вводимыми въ числителя, слѣдовательно отъ этого множителя какія цифры произошли въ частномъ?

**Отв.** Въ дроби 0,58333... произошли цифры 333..., то есть собственно безконечная дробь.

**Воп.** Когда же обыкновенная несократимая дробь обращается въ простую періодическую дробь и когда въ смѣшанную?

**Отв.** Всякая обыкновенная несократимая дробь, которой знаменатель не содержитъ сомножителей 2 и 5, бывъ приводима въ десятичную, обращается въ простую періо-

дическую дробь, то есть, которой периодъ начинается съ первой десятичной цифры. Всякая же обыкновенная несократимая дробь, у которой знаменатель содержитъ, въ числѣ простыхъ сомножителей своихъ, одного изъ сомножителей 2 и 5, или обоихъ вмѣстѣ, даетъ, по разложеніи въ десятичную, смѣшанную периодическую дробь, коей периодъ начинается послѣ столькихъ десятичныхъ знаковъ, сколько разъ одинъ изъ сомножителей 2 или 5 входитъ въ знаменателя и притомъ, если они входятъ оба вмѣстѣ, но неравное число разъ, то тотъ изъ нихъ, который входитъ наибольшее число разъ.

*Примѣры:*  $\frac{4}{9}$  будетъ простая периодическая дробь, ибо  $9=3 \times 3$  не заключаетъ сомножителей 2 и 5.

$$\frac{4}{9}=0,4444\dots$$

$\frac{5}{33}$  будетъ по той же причинѣ простою периодическою дробью, ибо  $33=3 \times 11$ .

$$\frac{5}{33}=0,151515\dots$$

$\frac{5}{24}$  будетъ смѣшанною периодическою дробью, ибо  $24=2 \times 2 \times 2 \times 3$  заключаетъ въ себѣ множителя 2; периодъ начнется послѣ трехъ десятичныхъ цифръ, ибо 2 входитъ сомножителемъ три раза.

$$\frac{5}{24}=0,208 \overline{3333}..$$

$\frac{56}{275}$  будетъ смѣшанною періодическою дробью по той же причинѣ, ибо  $275 = 5 \times 5 \times 11$ , а періодъ начнется послѣ двухъ десятичныхъ цифръ, ибо 5 входитъ сомножителемъ два раза.

$$\frac{56}{275} = 0,20363636..$$

$\frac{493}{17500}$  будетъ также смѣшанною періодическою дробью, ибо  $17500 = 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 7$  и періодъ начнется послѣ четырехъ десятичныхъ цифръ, ибо изъ множителей 2 и 5, множитель 5 входитъ наибольшее число разъ, именно 4 раза.

$$\frac{493}{17500} = 0,0281714285714285...$$

$\frac{7}{300}$  будетъ смѣшанною періодическою дробью, ибо  $300 = 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5$  и періодъ начнется послѣ двухъ десятичныхъ цифръ.

$$\frac{7}{300} = 0,023333..$$

§ 108. Какъ всякую простую періодическую дробь обратить въ обыкновенную.

**Воп.** Требуется дробь  $0,6666..$  обратить въ обыкновенную. Назови искомую обыкновенную дробь чрезъ  $x$  и напиши знаками,

что она должна быть равна данной периодической дроби?

*Отв.* Будетъ  $x=0,6666\dots$

*Воп.* Какъ  $x$  равно  $0,6666\dots$ , то увеличивъ  $x$  и  $0,6666\dots$  въ 10 разъ, они все таки останутся равными между собою, посему помножь  $x$  и  $0,6666\dots$  на 10, чтобы въ послѣдней дроби одинъ періодъ обратился въ цѣлое число?

*Отв.* Получу  $10x=6,6666\dots$

*Воп.* Отними отъ этихъ равныхъ величинъ поровну, именно отъ  $10x$  величину  $x$ , отъ  $6,6666\dots$  дробь  $0,6666\dots$ , которая равна  $x$ , то остатки должны быть также равны; что же получится?

*Отв.*  $10x=6,6666\dots$

$$-x=0,6666\dots$$

---


$$9x=6$$

$$\text{и } x = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}.$$

*Воп.* Но какъ  $x=0,6666\dots$  и  $x = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ , то данная периодическая дробь чему равна?

*Отв.*  $0,6666\dots = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ .

*Воп.* Обрати еще такимъ же образомъ дробь  $0,272727\dots$  въ обыкновенную, съ тою только разницею, что помножь не на 10, а на 100, дабы періодъ, состоящій въ этой дроби изъ двухъ цифръ, обратился въ цѣлое число?

*Отв.* Получу:  $x=0,272727\dots$

$$100x=27,272727\dots$$

$$-x=0,272727\dots$$

---


$$99x=27$$

$$x = \frac{27}{99} = \frac{3}{11}.$$

**Воп.** И такъ ты нашелъ, что  $0,6666 \dots = \frac{6}{9}$  и  $0,272727 \dots = \frac{27}{99}$ ; въ этихъ обѣихъ обыкновенныхъ дробяхъ числители 6 и 27 что составляютъ въ періодическихъ дробяхъ?

**Отв.** 6 и 27 составляютъ періодъ въ періодическихъ дробяхъ.

**Воп.** Въ дробяхъ  $\frac{6}{9}$  и  $\frac{27}{99}$  число 9 сколько разъ повторяется въ знаменателяхъ?

**Отв.** Число 9 написано въ знаменателѣ столько разъ, сколько въ періодахъ данныхъ дробей находится цифръ.

**Воп.** Посему какъ всякую простую періодическую дробь обратить въ обыкновенную?

**Отв.** Всякая простая періодическая дробь равна такой обыкновенной дроби, коей числитель есть самый періодъ періодической дроби, а знаменатель число 9, написанное столько разъ сряду, сколько въ періодѣ находится цифръ.

**Примѣры:**  $0,333 \dots = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

$0,121212 \dots = \frac{12}{99} = \frac{4}{33}$

$0,456456456 \dots = \frac{456}{999} = \frac{152}{333}$ .

**Задача:** Доказать, что  $0,155155 \dots = \frac{155}{999}$ .

§ 109. Какъ всякую смѣшанную періодическую дробь обратить въ обыкновенную.

**Воп.** Требуется дробь  $0,8555 \dots$  обратить въ обыкновенную. Назови обыкновенную дробь чрезъ  $x$  и напиши знаками, что она равна данной дроби?

**Отв.** Будетъ  $x = 0,85555 \dots$

**Воп.** Постараемся опять выразить  $x$  въ видѣ обыкновенной дроби и для этого, посредствомъ умноженій и вычитанія, уничтожимъ всѣ десятичныя доли. Чтобы въ  $x = 0,8555 \dots$  уничтожить цифру до періода, помножь равныя величины на 10; что получится?

**Отв.** Будетъ  $10x = 8,555 \dots$

**Воп.** Помножь эти равныя величины еще на 10, чтобы перенести запятую до втораго періода?

**Отв.** Будетъ  $100x = 85,5555 \dots$

**Воп.** Теперь очевидно, если изъ дроби равной  $100x$  вычтемъ дробь равную  $10x$ , то десятичныя доли уничтожатся; сдѣлай это вычитаніе?

**Отв.**

$$\begin{array}{r} 100x = 85,5555 \dots \\ - 10x = 8,5555 \dots \\ \hline \end{array}$$

$$90x = 77$$

$$x = \frac{77}{90} = 5\frac{5}{9}$$

**Воп.** И такъ какой имѣется способъ обращать смѣшанную періодическую дробь въ обыкновенную?

**Отв.** Чтобы обратить смѣшанную періодическую дробь въ обыкновенную, то, означивъ послѣднюю буквою  $x$ , должно помножить равныя величины на 10, 100, 1000 и т. д., чтобы посредствомъ сего перенести запятую періодической дроби до начала перваго ея періода; потомъ посредствомъ такого же умноженія, должно перенести запятую десятичной дроби до начала втораго періода; за тѣмъ надле-

жить вычестъ величины, полученные отъ перваго умноженія, изъ величинъ, полученныхъ отъ втораго умноженія, отчего уничтожатся всѣ десятичныя доли, а изъ остатка опредѣлится  $x$  или искомая обыкновенная дробь.

*Примѣръ:* Дробь  $2,61234234\dots$  обратитъ въ обыкновенную:

$$\begin{array}{r}
 x = 2,61234234\dots \\
 100x = 261,234234\dots \\
 100000x = 261\dot{2}34,234234\dots \\
 - 100x = \quad 261,234234\dots \\
 \hline
 99900x = 260973 \\
 \quad 260973 \\
 \hline
 x = \frac{\quad}{99900}
 \end{array}$$

## Г Л А В А XXIV.

### Объ именованныхъ числахъ.

§ 110. Что есть именованное число.

*Воп.* Дано число 2. Что оно показываетъ?

*Отв.* Оно показываетъ что взято 2 единицы.

*Воп.* Извѣстно ли какія именно это 2 единицы?

*Отв.* Нѣтъ неизвѣстно.

*Воп.* А если дано 2 рубля; какія это 2 единицы?

*Отв.* Это рубли.

*Воп.* Какая же разница между числомъ 2 и числомъ 2 рубля?

**Отв.** Та разница, что въ первомъ числѣ не означено какія это двѣ единицы, а въ последнемъ числу 2 придано опредѣленное названіе или *имя*, рубли.

**Воп.** Какъ же можно назвать числа, которымъ придано особое *имя*?

**Отв.** *Именованными.*

**Воп.** Посему, что есть именованное число?

**Отв.** Именованное число есть такое число, которому придано какое либо названіе.

*Напримѣръ:* 5 рублей, 8 аршинъ, 9 дней, 20 бочекъ.

**Воп.** Могутъ быть даны двухъ родовъ именованныя числа, напримѣръ: 2 рубля и 2 рубля 50 копѣекъ. Которое изъ этихъ чиселъ проще?

**Отв.** 2 рубля проще, ибо состоитъ изъ одной мѣры, а 2 рубля 50 копѣекъ сложнѣе, ибо состоитъ изъ двухъ мѣръ.

**Воп.** И такъ, что называютъ простымъ именованнымъ числомъ?

**Отв.** Такое именованное число, которое состоитъ изъ одной мѣры.

**Воп.** Что же называютъ сложнымъ именованнымъ числомъ?

**Отв.** Такое именованное число, которое состоитъ изъ нѣсколькихъ мѣръ.

*Напримѣръ:* Простыя именованныя числа:

10 рублей.

55 копѣекъ.

8 штофовъ.

12 дестей.

Сложныя именованныя числа:

10 рублей 35 копѣекъ.

2 пуда 15 фунтовъ 16 золотниковъ.

1 сажень 2 аршина.

2 года 3 мѣсяца.

**Воп.** Что означаетъ именованное число 2 аршина?

**Отв.** Оно означаетъ, что какая либо вещь, напримеръ столъ, имѣеть въ длину 2 аршина.

**Воп.** И такъ, чтобы узнать какой длины столъ, что нужно сдѣлать?

**Отв.** Нужно его смѣрять.

**Воп.** Какою же мѣрою ты станешь мѣрять длину дороги?

**Отв.** Саженьями.

**Воп.** А муку?

**Отв.** Четвертями или кулями.

### § 111. Таблица мѣръ.

**Воп.** Заучи слѣдующія главнѣйшія мѣры:

#### Таблица мѣръ.

##### Мѣры денегъ.

Рубль (цѣлковый) имѣеть 2 полтинника,  
или 4 четвертака,  
или 5 двугривениковъ,  
или 10 гривенниковъ,  
или 20 пятаковъ  
(пятачковъ),  
или 100 копѣекъ,

Полтинникъ .	имѣеть	50	»
Четвертакъ . . .	«	25	»
Двугривенный .	«	20	»
Пятиалтынный.	«	15	»
Гривенникъ . . .	«	10	»
Пятакъ (пятачекъ)	«	5	»
Копѣйка . . . . .	«	2	полукопѣйки (денежки),
Полукопѣйка . . .	«	2	четверть-копѣйки (полушки.)

*Мѣры времени.*

Вѣкъ . . . . .	имѣеть	100	лѣтъ или го- довъ,
Годъ . . . . .	«	12	мѣсяцевъ,
Мѣсяцъ; . . . . .	«	30	дней или 4 недѣ- ли съ нѣсколь- кими днями (*).
Недѣля . . . . .	«	7	дней или сутокъ,
Дейъ (сутки) . . .	«	24	часа,
Часъ . . . . .	«	60	минуть,
Минута . . . . .	«	60	секундъ.

*Мѣры вѣсовъ.*

Берковецъ . . . . .	имѣеть	10	пудовъ,
Пудъ . . . . .	«	40	фунтовъ,
Фунтъ . . . . .	«	96	зо лотниковъ или 32 лота,
Лоть . . . . .	«	3	золотника.

(\*) *Замѣчаніе.* Мѣсяцы имѣють иногда 28, 29, 30 и 31 день, но для вычислений, не требующихъ точности, мѣсяцъ принимается въ 30 дней. Простой годъ имѣеть 365 дней, а високосный 366.

### *Мѣры длины.*

Верста . . . . .	имѣеть	500	сажень,
Сажень . . . . .	«	3	аршина,
Аршинъ . . . . .	«	16	вершковъ,
Вершокъ . . . . .	«	2	полувершка.

Также:

Сажень . . . . .	«	7	футовъ,
Футь . . . . .	«	12	дюймовъ,
Дюймъ . . . . .	«	10	линій,
Линія . . . . .	«	10	точекъ.

### *Мѣры хлѣбныя*

*и для сыпучихъ тѣлъ.*

Ластъ . . . . .	имѣеть	12	четвертей,
Четверть (куль). . . . .	«	8	четвериковъ,
Четверикъ . . . . .	«	8	гарнцевъ.
Гарнецъ . . . . .	«	30	дробныхъ.

### *Мѣры жидкостей.*

Бочка . . . . .	имѣеть	40	ведеръ,
Ведро . . . . .	«	8	штофовъ,
			или 10 кру-
			жекъ,
Кружка . . . . .	«	10	чарокъ.

### *Мѣры бумаги.*

Стопа . . . . .	имѣеть	20	дестей,
Дестъ . . . . .	«	24	листа,
Листъ . . . . .	«	2	полулиста,
Полулистъ . . . . .	«	2	четвертки,
Четвертка . . . . .	«	2	восьмушки.

## Г Л А В А XXV.

### **Раздробленіе именованныхъ чиселъ.**

§ 112. Что называютъ раздробленіемъ.

*Воп.* Сколько въ одномъ году мѣсяцевъ?

*Отв.* 12 мѣсяцевъ.

*Воп.* А въ 3 годахъ сколько мѣсяцевъ?

*Отв.* Втрое болѣе, то есть 36.

*Воп.* Узнай также сколько ведеръ въ 4 бочкахъ, или раздоби 4 бочки на ведра?

*Отв.* 1 бочка имѣетъ 40 ведеръ, посему 4 бочки имѣютъ 160 ведеръ.

*Воп.* И такъ, при раздробленіи мѣръ, что дѣлается?

*Отв.* Большія мѣры приводятся въ меньшія.

*Воп.* Что же называютъ раздробленіемъ именованныхъ чиселъ?

*Отв.* Раздробленіемъ именованныхъ чиселъ называютъ способъ приводить большія мѣры въ меньшія.

*Напримѣръ:* 2 фунта = 192 золотн.

3 стоць = 100 десятямъ.

§ 113. Какъ производятъ раздробленіе простыхъ именованныхъ чиселъ.

*Воп.* Требуется найти сколько дюймовъ заключается въ 4-хъ футахъ?

*Отв.* Футъ имѣетъ 12 дюймовъ, слѣдовательно 4 фута имѣютъ вчетверо болѣе дюймовъ, то есть 48.

*Воп.* Посему, какъ производятъ раздробленіе простыхъ именованныхъ чиселъ?

**Отв.** Посредствомъ умноженія. Должно сначала узнать сколько данная высшая мѣра содержитъ ближайшихъ меньшихъ мѣръ. На полученное число должно помножить высшія мѣры; произведеніе выразится въ меньшихъ мѣрахъ. Если требуется раздробить послѣднія еще въ меньшія мѣры, то поступаютъ также.

**Напримльръ:** 15 лѣтъ раздробить въ часы?

$$\begin{array}{r}
 15 \\
 \times 12 \\
 \hline
 30 \\
 15 \phantom{0} \\
 \hline
 180 \text{ мѣсяцевъ.} \\
 \times 30 \\
 \hline
 5400 \text{ дней.} \\
 \times 24 \\
 \hline
 21600 \\
 108 \\
 \hline
 129600 \text{ часовъ.}
 \end{array}$$

**Задача.** Въ 0,75 версты сколько футовъ?

§ 114. Какъ производятъ раздробленіе сложныхъ именованныхъ чиселъ.

**Воп.** Требуется раздробить 5 фунтовъ 2 лота 1 золотникъ въ золотники. Въ 5 фунтахъ сколько лотовъ?

**Отв.** Въ одномъ фунтѣ 32 лота, слѣдовательно въ 5 фунтахъ 160 лотовъ.

**Воп.** Въ заданномъ числѣ есть ли еще лоты, кромѣ этихъ 160?

**Отв.** Есть еще 2 лота.

**Воп.** Сколько же будетъ всего лотовъ?

**Отв.** 162 лота.

**Воп.** Какъ раздробить 162 лота въ золотники?

**Отв.** Лоть имѣть 3 золотника. Помножу 162 на 3, получу 486 золотниковъ, да еще въ заданіи 1 золотникъ, посему всего 487 золотниковъ. И такъ 5 фунтовъ 2 лота 1 золотникъ равны 487 золотникамъ.

**Воп.** Какъ же производять раздробленіе сложныхъ именованныхъ чиселъ?

**Отв.** Такъ же какъ и простыхъ именованныхъ чиселъ, съ тою только разницею, что раздробивъ высшія мѣры въ ближайшія меньшія, должно прибавить къ послѣднимъ одинакія съ ними мѣры въ заданіи. Потомъ сумму раздробляютъ въ слѣдующія ближайшія мѣры и такъ далѣе.

**Напримѣръ:**

15 сажений 2 арш. 13 верш. раздробить въ вершки?

15 сажень

× 3

---

45

+ 2

---

47 аршинъ

× 16

---

282

47

---

752

+ 13

---

765 вершковъ.

**Примѣръ:**  $5\frac{3}{4}$  куля  $4\frac{1}{2}$  четверика  $5\frac{1}{5}$  гарнца сколько составляютъ тридцатыхъ гарнца?

$$\begin{array}{r} 5\frac{3}{4} \text{ куля} \\ \times 8 \\ \hline 46 \text{ четвериковъ} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 8 \times 5 = 40 \\ 8 \times \frac{3}{4} = \frac{24}{4} = 6 \\ \hline = 46. \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{r} + 4\frac{1}{2} \\ \hline 50\frac{1}{2} \text{ четвериковъ} \\ \times 8 \\ \hline 404 \text{ гарнца} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 8 \times 50 = 400 \\ 8 \times \frac{1}{2} = 4 \\ \hline = 404. \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{r} + 5\frac{1}{5} \\ \hline 407\frac{1}{5} \text{ гарнца.} \\ \times 30 \\ \hline 12216 \text{ тридц. гарн.} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 407 \times 30 = 12210 \\ 30 \times \frac{1}{5} = 6 \\ \hline = 12216. \end{array} \right.$$

**Задача:** Раздробить  $\frac{4}{5}$  пуда + 15,5 фунта въ золотники.

## Г Л А В А XXVI.

### **Превращеніе именованныхъ чиселъ.**

§ 115. Что называютъ превращеніемъ.

**Воп.** Скажи, сколько лѣтъ въ 36 мѣсяцахъ?

**Отв.** Въ одномъ году 12 мѣсяцевъ, посему чтобы узнать сколько лѣтъ въ 36 мѣсяцахъ, должно только узнать сколько разъ 12 содержится въ 36, или что все тоже 36 раздѣлить на 12.

**Воп.** Преврати также 160 ведеръ въ бочки?

**Отв.** Въ одной бочкѣ 40 ведеръ, посему раздѣливъ 160 на 40, получу 4 бочки.

**Воп.** И такъ, что называютъ превращеніемъ?

**Отв.** Превращеніемъ называютъ способъ приводить меньшія мѣры въ большія.

**Напримѣръ:** 400 гарнцевъ = 50 четверикамъ.

752 вершка = 47 аршинамъ.

§ 116. Какъ производятъ превращеніе.

**Воп.** Положимъ требуютъ превратить 3500 золотниковъ въ фунты. Какъ поступить въ этомъ случаѣ?

**Отв.** Такъ какъ фунтъ имѣетъ 96 золотниковъ, то раздѣлю данное число на 96.

$$96 \mid 3500 \mid 36$$

$$288$$


---


$$620$$

$$576$$


---


$$44.$$

Частное показываетъ что въ 3500 золотникахъ заключаются 36 фунтовъ.

**Воп.** Въ 3500 золотникахъ ровно ли содержатся 36 фунтовъ?

**Отв.** Еще получились въ остаткѣ 44 золотника. Посему 3500 золотниковъ равны 36 фунтамъ и 44 золотникамъ.

**Воп.** Какъ же производятъ превращеніе?

**Отв.** Посредствомъ дѣленія. Должно сначала узнать сколько ближайшая высшая мѣра содержитъ данныхъ мѣръ и на получен

ное число раздѣлить данныя мѣры. Въ частномъ получится высшія мѣры, а остатокъ будетъ одного званія съ дѣлимымъ.

**Воп.** Требуется 12456 дней превратить въ мѣсяцы и годы?

**Отв.** Раздѣлю данное число на 30.

30 | 12456 | 415 мѣсяцевъ.

120

45

30

156

150

6 дней.

Получу 415 мѣсяцевъ и 6 дней.

**Воп.** Но требовалось узнать не только число мѣсяцевъ, а также и число лѣтъ. Какъ поступить въ этомъ случаѣ?

**Отв.** Должно мѣсяцы превратить въ годы. Раздѣлю частное 415 на 12.

12 | 415 | 34 года.

36.

55

48

7 мѣсяцевъ.

И такъ, 12456 дней равны 34 годамъ 7 мѣсяцамъ и 6 днямъ.

**Воп.** Какъ же поступать если требуется превратить именованное число не въ ближайшія высшія мѣры, но въ слѣдующія высшія мѣры?

**Отв.** Должно поступать точно такъ же, но получивъ первое частное, надлежитъ узнать сколько ближайшая высшая мѣра содержитъ въ себѣ мѣръ, написанныхъ въ частномъ, и на полученное число должно раздѣлить частное. Такимъ образомъ слѣдуетъ продолжать, пока не получатся въ частномъ требуемая мѣры. Тогда искомое число будетъ состоять изъ послѣдняго частнаго и изъ всѣхъ остатковъ.

**Напримѣръ:** 1.) Въ 5634 минутахъ сколько содержится дней, часовъ и минутъ?

$$60 \mid 5634 \mid 95 \text{ час.} \mid \underline{24}$$

$$\quad \quad \quad 540 \quad 72 \quad \quad \quad \underline{3} \text{ сутокъ.}$$

$$\underline{254} \quad 21 \text{ часъ.}$$

$$\underline{180}$$

$$54 \text{ мин.}$$

Искомое число: 3 сутокъ 21 часъ 54 минуты.

2.)  $\frac{2}{3}$  гарнца какую составляютъ часть куля?

$$\frac{2}{3} \text{ гарнца} : 8 = \frac{2}{24} \text{ четверк.}$$

$$\frac{2}{24} \text{ четверик.} : 8 = \frac{2}{192} = \frac{1}{96} \text{ куля.}$$

3.)  $30\frac{2}{3}$  лота какая часть пуда?

$$30\frac{2}{3} \text{ лота} = \frac{92}{3} \text{ лота.}$$

$$\frac{92}{3} \text{ лот.} : 32 = \frac{92}{96} = \frac{23}{24} \text{ фунта.}$$

$$\frac{23}{24} \text{ фунт.} : 40 = \frac{23}{960} \text{ пуда.}$$

И такъ,  $30\frac{2}{3}$  лота составляютъ  $\frac{23}{960}$  часть пуда.

## Г Л А В А XXVII.

### Сложеніе именованныхъ чисель.

§ 117. Какъ дѣлають сложеніе именованныхъ чисель.

**Воп.** Можно ли складывать числа разныхъ разрядовъ?

**Отв.** Нѣтъ нельзя. Можно складывать только числа одного разряда (\*).

**Воп.** При сложеніи простыхъ чисель, какъ ты складываль?

**Отв.** Я складываль сперва единицы съ единицами, потомъ десятки съ десятками и такъ далѣе.

**Воп.** Посему, при сложеніи именованныхъ чисель, какія числа должно между собою складывать?

**Отв.** Должно складывать сперва меньшія мѣры одного названія, потомъ слѣдующія большія и такъ далѣе.

**Воп.** Сложи 2 рубля 5 копѣекъ съ 7 рублями 8 копѣйками.

**Отв.** Для удобства подпишу одно число подъ другимъ:

$$\begin{array}{r} 2 \text{ рубля } 5 \text{ копѣекъ} \\ + 7 \quad \quad \quad 8 \quad \quad \quad \\ \hline \end{array}$$

9 рубл. 13 коп.

5 коп. да 8 коп. будетъ 13 коп.; 2 рубл.

(\*) Смотри § 17.

да 7 рубл. будетъ 9 рубл. Посему сумма равна 9 рубл. 13 коп.

**Воп.** И такъ, какъ сложить между собою именованныя числа?

**Отв.** Должно данныя числа подписать одно подъ другимъ, такъ чтобы мѣры одного званія были въ одномъ столбцѣ; потомъ должно складывать, какъ при сложеніи простыхъ чиселъ, съ самыхъ меньшихъ мѣръ и сумму ихъ подписать подъ тѣмъ же столбцемъ. Затѣмъ складываютъ слѣдующія высшія мѣры и т. д.

**Примѣръ:** 14 верстъ 25 саж. 1 арш.

$$\begin{array}{r}
 14 \quad \text{—} \quad 25 \quad \text{—} \quad 1 \quad \text{—} \\
 + 98 \quad \text{—} \quad 35 \quad \text{—} \quad 1 \quad \text{—} \\
 \hline
 125 \quad \text{—} \quad 77 \quad \text{—} \quad 2 \quad \text{—}
 \end{array}$$

**Воп.** Какъ поступать, если при сложеніи простыхъ чиселъ, единицы, сложенные съ единицами; даютъ десятки?

**Отв.** Должно полученные единицы подписать подъ разрядомъ единицъ, а десятки приложить къ десяткамъ (\*).

**Воп.** Требуется сложить 2 четверика 5 гарнцевъ съ 5 четвериками 6 гарнцами. Сколько составятъ 5 гарнцевъ съ 6 гарнцами?

**Отв.** 11 гарнцевъ.

**Воп.** 11 гарнцевъ не заключаютъ ли въ себѣ четвериковъ?

**Отв.** 11 гарнцевъ заключаютъ въ себѣ 1 четверикъ, ибо въ четверикѣ 8 гарнцевъ.

(\*) Смотри § 17.

**Воп.** Какъ же узнать сколько именно въ 11 гарницахъ четвериковъ и сколько останется гарнцевъ?

**Отв.** Черезъ превращеніе. Раздѣливъ 11 гарнцевъ на 8, получу въ частномъ 1 четверикъ и въ остаткѣ 3 гарнца.

**Воп.** Что должно сдѣлать съ 1 четверикомъ, который получился въ частномъ?

**Отв.** Должно приложить его къ четверикамъ, находящимся въ заданіи, такъ же какъ при сложеніи простыхъ чиселъ, десятки, бывшіе въ умѣ, прикладываютъ къ заданнымъ десяткамъ.

**Воп.** Сложи въ самомъ дѣлѣ:

$$\begin{array}{r} 2 \text{ четверика } 3 \text{ гарнцевъ} \\ + 3 \quad \quad \quad - \quad 6 \quad \quad - \\ \hline \end{array}$$

**Отв.** 3 да 6 гарнцевъ будетъ 11 гарнцевъ, или 1 четверикъ и 3 гарнца; 3 гарнца пишу подъ гарницами, а 1 четверикъ прикладываю къ четверикамъ. Четвериковъ будетъ всего 6. И такъ сумма равна 6 четверикамъ и 3 гарнцамъ.

**Воп.** Какъ же поступать, если въ суммѣ какихъ либо мѣръ одного званія будутъ заключаться мѣры большаго званія?

**Отв.** Должно большія мѣры выключить чрезъ превращеніе; остатокъ, полученный отъ дѣленія, написать подъ меньшими мѣрами, а частное сложить съ мѣрами большаго званія.

**Примѣры:**

1.) 3 фута 7 дюймовъ 9 линій.

2 — 8 — 1 —

5 — 10 — 3 —

2 — 7 — 1 —

14 фут. 9 дюймовъ 4 линіи.

12 | 33 дюйм. | 2 фут. 10 | 14 лин. | 1 дюйм.

24 | | | | 10

9 дюйм.

4 лин.

2.) 6 арш.  $8\frac{1}{2}$  вершк.

5 —  $6\frac{2}{3}$  —

3 —  $5\frac{3}{4}$  —

15 арш.  $4\frac{11}{12}$  вершк.

$\frac{1}{2}$ ,  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{3}{4}$ .

$$\frac{12}{24} + \frac{16}{24} + \frac{18}{24} = \frac{46}{24} = 1\frac{22}{24} = 1\frac{11}{12}.$$

3.) 12 рубл.  $84\frac{1}{2}$  коп. 4.) 9 дней + 25,2 час.

15 —  $38\frac{2}{3}$  — 2 — + 5,25 —

28 рубл.  $25\frac{1}{6}$  коп. 3 — + 9,65 —

**ГЛАВА XXVIII.**

**Вычитаніе именованныхъ чиселъ.**

§ 118. Какъ дѣлается вычитаніе именованныхъ чиселъ.

**Воп.** При вычитаніи простыхъ чиселъ, съ ка-кого разряда начинаютъ вычитать?

**Отв.** Съ меньшаго разряда, съ единицъ.

**Воп.** Почему это?

**Отв.** Потому что иногда изъ цифры уменьшаемаго нельзя вычесть цифру вычитаемаго, и въ этомъ случаѣ должно занять единицу отъ высшаго разряда. (\*)

**Воп.** Съ какихъ же мѣръ должно начинать вычитаніе именованныхъ чисель?

**Отв.** Такъ же съ меньшихъ мѣръ, дабы можно было занимать единицу отъ мѣръ высшаго разряда.

**Воп.** Вычти изъ

$$\begin{array}{r} 125 \text{ пуд. } 36 \text{ фунт. } 15 \text{ золотн.} \\ - 12 \quad \quad \quad 6 \quad \quad \quad 8 \quad \quad \quad - \\ \hline \end{array}$$

**Отв.** 8 зол. изъ 15 зол. получу 7 зол.; 6 фунт. изъ 36 фунт. получу 30 фунт.; 12 пуд. изъ 125 пуд. получу 113 пуд., посему остатокъ будетъ 113 пуд. 30 фунт. 7 зол.

**Воп.** Какъ же дѣлають вычитаніе именованныхъ чисель?

**Отв.** Такъ же какъ и вычитаніе простыхъ чисель. Должно меньшее число подписать подъ большимъ, такъ чтобы мѣры одного званія стояли въ одномъ столбцѣ. Потомъ должно вычитать меньшія мѣры и остатокъ писать подъ ними. Сдѣлавъ это, вычитаютъ ближайшія большія мѣры и такъ далѣе.

**Примѣръ:**

$$\begin{array}{r} 118 \text{ верстѣ } 445 \text{ саж. } 2 \text{ арш.} \\ - 95 \quad \quad \quad 278 \quad \quad \quad 1 \quad \quad \quad - \\ \hline \end{array}$$

$$23 \text{ версты } 167 \text{ саж. } 1 \text{ арш.}$$

(\*) Смотри § 24.

**Воп.** Какъ должно поступать при вычитаніи простыхъ чиселъ, если цифра въ вычитаемомъ числѣ болѣе цифры, стоящей надъ нею въ уменьшаемомъ числѣ?

**Отв.** Должно занять одну единицу отъ цифры высшаго разряда и придать эту единицу къ цифрѣ, изъ которой нельзя вычесть. (\*)

**Воп.** Требуется вычесть изъ:

$$\begin{array}{r} 12 \text{ четверк. } 5 \text{ гарнц.} \\ 5 \quad \quad \quad 8 \quad \quad \quad \end{array}$$

Можно ли вычесть 7 гарнцевъ изъ 5 гарнцевъ?

**Отв.** Нѣтъ нельзя; должно занять единицу отъ высшей мѣры и придать ее къ мѣрѣ, изъ которой нельзя вычесть.

**Воп.** Какая будетъ единица высшей мѣры?

**Отв.** 1 четверикъ.

**Воп.** Можно ли 1 четверикъ сложить съ 5 гарницами?

**Отв.** Нѣтъ нельзя, ибо можно складывать только мѣры одного званія.

**Воп.** Посему, чтобы къ 5 гарницамъ придать 1 четверикъ, что должно сдѣлать съ 1 четверикомъ?

**Отв.** Должно превратить его въ гарнцы: 1 четверикъ равенъ 8 гарницамъ, да 5 гарнцевъ, будетъ 13 гарнцевъ.

**Воп.** Можно ли теперь сдѣлать вычитаніе?

**Отв.** Можно; 7 гарнц. изъ 13 будетъ 6 гарнц.; 5 четверк. изъ 11 четверк. будетъ 6 четверк. Остатокъ получится 6 четверк. 6 гарн.

(\*) Смотри § 24.

**Воп.** Какъ же поступать, если мѣры вичитаемаго не могутъ быть вычтены изъ мѣръ уменьшаемаго одного съ ними званія?

**Отв.** Должно занять отъ ближайшей высшей мѣры единицу, и превративъ ее въ меньшія мѣры, прибавить къ числу изъ котораго вычитаютъ. Мѣра, отъ которой заняли единицу, уменьшится единицею.

**Примѣры:** (34) (106) (65)

1.) 17 дней 11 часовъ 47 мин. 5 сек.  
— 13 — 18 — 55 — 40 —

---

5 дня 16 часовъ 51 мин. 25 сек.

2.) Изъ 222<sup>1</sup>/<sub>2</sub> арш. вычестъ 155 арш. 8<sup>1</sup>/<sub>2</sub> вершк. Раздробивъ <sup>1</sup>/<sub>2</sub> арш. въ вершки, получимъ:

(24)  
222 арш. 8 вершк.  
— 155 — 8<sup>1</sup>/<sub>2</sub> —

---

66 арш. 15<sup>1</sup>/<sub>2</sub> вершк.

3.) Изъ 10<sup>1</sup>/<sub>2</sub> берковцевъ вычестъ 8 берковц. 2<sup>1</sup>/<sub>2</sub> зол. Раздробивъ <sup>1</sup>/<sub>2</sub> берковца въ золотники, получимъ:

10 берковц. 19200 зол.  
— 8 — 2<sup>1</sup>/<sub>2</sub> —

---

2 берковц. 19197<sup>1</sup>/<sub>2</sub> зол.

Преображая 19197<sup>1</sup>/<sub>2</sub> зол. въ высшія мѣры, найдется искомая разность: 2 берковц.

4 пуда 59 фунт. 51 лоть <sup>1</sup>/<sub>2</sub> зол. (\*)

---

(\*) Повѣрка сложенія и вычитанія именованныхъ чиселъ дѣлается такъ же какъ и повѣрка сложенія и вычитанія простыхъ чиселъ, то есть повѣрка сложенія съ помощью вычитанія, а повѣрка вычитанія чрезъ сложеніе,

## Г Л А В А XXIX.

### **Умноженіе именованныхъ чиселъ.**

§ 119. Какія числа въ умноженіи могутъ быть именованными.

*Воп.* Что значить умножить одно число на другое?

*Отв.* Умножить одно число на другое значить увеличить первое число во столько разъ сколько въ другомъ единицъ. (\*)

*Воп.* При умноженіи, во сколько разъ увеличивается множимое число?

*Отв.* Во столько разъ сколько въ множителѣ единицъ.

*Воп.* Посему что показываетъ множитель?

*Отв.* Множитель показываетъ во сколько разъ должно увеличить множимое число.

*Воп.* Слѣдовательно, при умноженіи именованныхъ чиселъ, множитель можетъ ли быть именованнымъ числомъ?

*Отв.* Нѣтъ не можетъ быть.

*Воп.* Почему?

*Отв.* Потому что онъ показываетъ во сколько разъ должно увеличить множимое число.  
*Напримѣръ:* 4 рубля помножить на 5. Множимое 4 рубля именованное число, а множитель 5 простое число.

---

(\*) Смотри § 27.

**Воп.** Требуется узнать, сколько получится фунтовъ если 4 фунта взять 3 раза. Которое изъ этихъ чиселъ множимое и которое множитель?

**Отв.** Множимое 4 фунта, а множитель 3.

**Воп.** Какое же будетъ произведеніе?

**Отв.** Произведеніе будетъ 12 фунтовъ.

**Воп.** Посему произведеніе бываетъ именованнымъ или простымъ числомъ?

**Отв.** Именованнымъ.

**Воп.** Повтори, которыя изъ трехъ чиселъ въ умноженіи бываютъ именованными и которыя простыми?

**Отв.** Въ умноженіи именованныхъ чиселъ, множимое и произведеніе всегда бываютъ именованными числами, а множитель простымъ числомъ.

§ 120. Какъ умножить сложное именованное число на простое число.

**Воп.** Положимъ требуется помножить 5 четверк. 6 гарниц. на 3. При умноженіи простыхъ чиселъ, съ какого разряда начинали множить?

**Отв.** Съ самаго меньшаго, съ единицъ.

**Воп.** Почему это?

**Отв.** Потому что отъ умноженія единицъ происходятъ иногда десятки, которые должно прикладывать къ произведенію десятковъ (\*).

(\*) Смотри § 31.

**Воп.** А отъ умноженія меньшихъ мѣръ могутъ ли произойти высшія мѣры?

**Отв.** Могутъ произойти, такъ же какъ при сложеніи меньшихъ мѣръ получаютъ высшія.

**Воп.** Зная это, начнемъ помножать съ меньшихъ мѣръ: 6 гарнц.  $\times$  3 чему равны?

**Отв.** 18 гарнцами.

**Воп.** Въ 18 гарнц. содержатся ли четверики?

**Отв.** Содержатся.

**Воп.** Какъ узнать сколько четвериковъ въ 18 гарнцахъ?

**Отв.** Чрезъ превращеніе. Четверикъ имѣетъ 8 гарнцевъ. Раздѣливъ 18 гарнцевъ на 8, получу 2 четверк. 2 гарнца.

**Воп.** 5 четверик. помноженные на 3 сколько дадутъ?

**Отв.** 15 четвериковъ.

**Воп.** Какое число должно къ нимъ прибавить?

**Отв.** 2 четверика, полученные отъ умноженія гарнцевъ.

**Воп.** Какое же получится произведеніе?

**Отв.** Произведеніе будетъ 17 четверк. 2 гарнца.

**Воп.** Какъ же умножить сложное именованное число на простое число?

**Отв.** Должно начинать умноженіе съ меньшихъ мѣръ и произведеніе писать подъ мѣрами одного съ ними званія. Такимъ образомъ перемножаютъ все мѣры до самой высшей. Если же въ полученномъ произведеніи меньшихъ мѣръ будутъ заключаться высшія мѣры, то должно ихъ выключить превращеніемъ. Остатокъ, происшедшій отъ дѣленія, пишутъ подъ меньшими

мѣрами, а частное придаютъ къ произведенію слѣдующихъ большихъ мѣръ и продолжаютъ такъ далѣе.

*Примѣры:*

1.) 25 руб. 12 коп.

× 17

427 руб. 4 коп.

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 17 \\ \hline 175 \\ 25 \\ \hline 425 \\ + 2 \\ \hline 427 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 17 \\ \hline 84 \\ 12 \\ \hline 204 \\ + 2 \\ \hline 206 \end{array}$$

427 руб.

4 коп.

2.) Сколько слѣдуетъ принять овса на день для 250 лошадей, полагая на каждую по 2 гарнц. 4 тридцатыхъ?

2 гарнц. 4 тридц.

× 250

8 кулей 2 четверик. 5 гарнц. 10 тридц.

2 гарнц.

4 тридц.

× 250

× 250

500

30 | 1000 | 33 гар.

+ 33

90

8 | 533 г. | 66 четверк.

100

48

64

8 кул.

90

53

2 четвк.

10 тридц.

48

5 г.

§ 121. Какъ умножить сложное именованное число на сложное.

**Воп.** Дана такая задача: за 2 берковца 8 пудовъ желѣза сколько (слѣдуетъ заплатить денегъ, если одинъ пудъ стоитъ 4 рубля 80 копѣекъ? Чѣмъ эта задача различается отъ предыдущихъ?

**Отв.** Тѣмъ что множитель есть сложное именованное число.

**Воп.** Поѣсему, чтобы эту задачу подвести подъ прежнее правило, что должно сдѣлать?

**Отв.** Должно только раздробить множитель въ меньшія мѣры: 4 рубля 80 коп. составляютъ 480 коп., на которыя помножу множимое число по извѣстнымъ правиламъ, принимая ихъ за простое число:

2 берк. 8 пуд.	480	8
<u>× 480</u>	<u>× 20</u>	<u>× 480</u>
15440 коп.	9600	3840 коп.
	<u>+ 3840</u>	
	15440	

**Воп.** И такъ, какъ умножить сложное именованное число на сложное?

**Отв.** Должно раздробить множителя въ меньшія мѣры, и принявъ оныя за простое число, умножить множимое число, точно такъ какъ сложное именованное число на простое.

*Примѣръ:*

Путешественникъ проѣзжаетъ въ день 204 версты 350 сажень. Сколько верстъ проѣдетъ онъ въ 1 мѣсяць 15 дней?

Множитель 1 мѣсяць 15 дней = 45 днямъ. Посему:

204 вер. 350 саж.

× 45

---

9211 вер. 250 саж.

## Г Л А В А XXX.

### Дѣленіе именованныхъ чиселъ.

§ 122. Какъ опредѣлять званіе частнаго числа.

*Воп.* Требуется раздѣлить 8 рублей на 4, то есть узнать сколько рублей составляютъ четвертую часть отъ 8 рублей. Въ этомъ случаѣ какое будетъ частное число?

*Отв.* Частное будетъ 2 рубля.

*Воп.* Посему, если дѣлимое именованное число, а дѣлитель простое, то частное должно быть какое?

*Отв.* Именованное, одного званія съ дѣлимымъ.

*Воп.* Требуется узнать сколько разъ 4 рубля содержатся въ 8 рубляхъ. Въ этомъ случаѣ что получится въ частномъ?

*Отв.* 2.

*Воп.* Положимъ теперь, что дана такая задача: за 1 аршинъ сукна заплачено 4 рубля, сколько аршинъ сукна можно купить за 8 рублей? Въ этой задачѣ что получится въ частномъ?

*Отв.* 2 аршина.

**Воп.** Въ обѣихъ задачахъ, дѣлимое и дѣлитель суть именованныя числа одного званія, какъ же опредѣлялось званіе частнаго?

**Отв.** По заданію. Въ первой задачѣ спрашивалось сколько разъ 4 рубля содержатся въ 8 рубляхъ: частное выражало число разъ и было простое число. Во второй задачѣ спрашивалось сколько аршинъ можно купить: частное было въ аршинахъ.

**Воп.** Посему, если дѣлимое и дѣлитель суть именованныя числа одного званія, то какъ опредѣляется званіе частнаго?

**Отв.** По заданію.

**Воп.** Положимъ наконецъ, что дана такая задача: за 4 фунта товара заплачено 8 рублей, что стоитъ одинъ фунтъ? Какое будетъ частное?

**Отв.** 2 рубля.

**Воп.** И такъ, если дѣлимое и дѣлитель суть именованныя числа разнаго званія, то какое бываетъ частное?

**Отв.** Частное бываетъ именованное, одного званія съ дѣлимымъ.

§ 123. Какъ раздѣлить сложное именованное число на простое.

**Воп.** Требуется раздѣлить 151 рубль 14 коп. на 42. При дѣленіи простыхъ чиселъ съ какого разряда начинали дѣлить?

**Отв.** Съ самаго высшаго.

**Воп.** Почему это?

**Отв.** Потому что отъ дѣленія высшаго разряда могъ получиться остатокъ, который, для продолженія дѣленія, слѣдовало превратить въ низшій разрядъ, снеся къ нему слѣдующую цифру дѣлимаго (\*)

**Воп.** Но при дѣленіи именованныхъ чиселъ также можетъ получиться остатокъ, который слѣдуетъ превратить въ низшія мѣры, слѣдовательно съ какихъ мѣръ должно начинать дѣленіе?

**Отв.** Съ самыхъ высшихъ.

**Воп.** И такъ раздѣли 151 рубль на 42?

**Отв.** Должно задаваться 3 раза;  $3 \times 42 = 126$ .  
Въ остаткѣ получатся 25 рублей.

**Воп.** Отъ раздѣленія 151 рубля на 42, что получилось въ частномъ?

**Отв.** 3 рубля.

**Воп.** Что должно сдѣлать съ остаткомъ 25 рублей?

**Отв.** Должно раздробить его въ меньшія мѣры и къ полученному числу прибавить мѣры одинакаго съ ними званія въ заданіи. 25 рублей составляютъ 250 коп., да 14 коп., будетъ 2514 коп.

**Воп.** Какъ поступить теперь съ 2514 коп.?

**Отв.** Должно раздѣлить ихъ на 42.

**Воп.** Начни примѣръ сначала и напиши какъ при дѣленіи простыхъ чиселъ?

---

(\*) Смотри § 44.

**Отв.** Получу: 42 | 131 рубл 14 коп. | 3 руб. 39<sup>6</sup>/<sub>7</sub> к.

$$\begin{array}{r}
 126 \\
 \hline
 25 \\
 \times 100 \\
 \hline
 2500 \\
 + 14 \\
 \hline
 42 | 2514 | 39^{36}/42 \text{ коп.} \\
 210 \\
 \hline
 414 \\
 378 \\
 \hline
 36.
 \end{array}$$

**Воп.** Какъ же раздѣлить сложное именованное число на простое?

**Отв.** Должно начинать дѣленіе съ самыхъ большихъ мѣръ. Полученный остатокъ надлежитъ раздробить въ ближайшую меньшую мѣру, придать къ полученному числу мѣры одного съ нимъ званія въ заданіи, сумму опять раздѣлить на дѣлителя и такъ далѣе продолжать. Частныя числа, полученные отъ всѣхъ дѣленій, составятъ искомое число.

**Примѣръ:**

16 | 27 боч. 36 вед. 6 шт. | 1 боч. 29 вед. 6<sup>3</sup>/<sub>8</sub> шт.

$$\begin{array}{r}
 16 \\
 \hline
 11 \quad 16 | 476 \text{ вед.} | 29 \text{ вед.} \quad 16 | 102 \text{ шт.} | 6 \frac{6}{16} \text{ шт.} \\
 \times 40 \quad 32 \quad \quad \quad 96 \\
 \hline
 440 \quad 156 \quad \quad \quad 6 \\
 + 36 \quad 144 \\
 \hline
 476 \text{ вед.} \quad 12 \\
 \times 8 \\
 \hline
 96 \\
 + 6 \\
 \hline
 102 \text{ шт.}
 \end{array}$$

§ 124. Какъ раздѣлить сложное именованное число на сложное.

*Воп.* Дана такая задача: сколько разъ 10 фунт. 17 лот. и 2 золотн. содержатся въ 12 пуд. 26 фунт. и 19 лот.? Чѣмъ эта задача отличается отъ первой?

*Отв.* Тѣмъ, что въ ней дѣлитель сложное именованное число.

*Воп.* Нельзя ли привести эту задачу къ такой же какъ предыдущая?

*Отв.* Можно, раздробляя дѣлителя въ золотники. Получу:

$$\begin{array}{r}
 10 \text{ фунт. } 17 \text{ лот. } 2 \text{ зол.} \\
 \times 32 \\
 \hline
 320 \\
 + 17 \\
 \hline
 337 \\
 \times 3 \\
 \hline
 1011 \\
 + 2 \\
 \hline
 1013 \text{ зол.}
 \end{array}$$

*Воп.* Можно ли теперь раздѣлить 12 пуд. 26 фунт. 19 лот. на 1013 зол.?

*Отв.* Нѣтъ нельзя; нужно и дѣлимое раздробить въ золотники; получу:

$$12 \text{ пуд. } 26 \text{ фунт. } 19 \text{ лот.}$$

$$\begin{array}{r}
 \times 40 \\
 \hline
 480 \\
 + 26 \\
 \hline
 506 \text{ фунт.} \\
 \times 52 \\
 \hline
 1012 \\
 1518 \\
 \hline
 16192 \\
 + 19 \\
 \hline
 16211 \text{ лот.} \\
 \times 5 \\
 \hline
 48655 \text{ зол.}
 \end{array}$$

**Воп.** Какъ же теперь произвести дѣленіе?

**Отв.** Какъ дѣленіе простыхъ чиселъ:

$$1013 \text{ зол.} \mid 48655 \text{ зол.} \mid 48^{9/1013}$$

4052

8113

8104

9.

И такъ дѣлитель содержится въ дѣлимомъ  $48^{9/1013}$  разъ.

**Воп.** Какъ же раздѣлить сложное именованное число на сложное?

**Отв.** Должно раздробить какъ дѣлимое такъ и дѣлителя въ меньшія одинакія мѣры и два полученныя числа раздѣлить одно на другое. Если частное именованное то превратить его въ высшія мѣры.

**Примѣръ:**

Куплено 28 пуд. 2 фунт. товара за  
3259 рубл. 20 коп. Что стоитъ фунтъ?  
28 пуд. 2 фунт.

$$\begin{array}{r} \times 40 \\ \hline 1120 \\ + 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1122 \text{ ф.} \mid 325920 \text{ к.} \mid 290^{90}/187 \text{ к.} = 2 \text{ р. } 90^{90}/187 \text{ к.} \\ \hline 2244 \\ \hline 10152 \\ 10098 \\ \hline 540. \end{array}$$

**Г Л А В А XXXI.**

**Умноженіе и дѣленіе именованныхъ чиселъ на дроби.**

§ 125. Какъ умножить сложное именованное число на дробь.

**Воп.** Какъ умножить простое цѣлое число на дробь?

**Отв.** Должно помножить цѣлое число на числителя дроби и произведеніе раздѣлить на знаменателя дроби. (\*)

**Воп.** По этому правилу, какъ множить сложное именованное число на дробь?

**Отв.** Должно именованное число умножить на числителя дроби и произведеніе раздѣлить на знаменателя.

(\*) Смотри § 74.

**Примѣръ:**

37 пуд. 28 фунт. 14 лот. 2 золотн.  $\times \frac{5}{7}$ .

37 п. 28 ф. 14 л. 2 зол.

$\times 5$

7 | 188 п. 22 ф. 9 л. 1 з. | 26 п. 37 ф. 15 л.  $\frac{1}{7}$  з.

14

48

42

6

$\times 40$

240

+ 22

7 | 262 ф. | 37 фунт.

21

52

49

3

$\times 32$

96

+ 9

7 | 105 лот. | 15 лот.

7

35

35

0

+ 1

7 | 1 зол. |  $\frac{1}{7}$  зол.

§ 126. Какъ умножить сложное именованное число на цѣлое число съ дробью.

**Воп.** Требуется помножить сложное именованное число на цѣлое число съ дробью. Какъ привести этотъ случай къ предыдущему?

**Отв.** Стоитъ только обратить цѣлое число съ дробью въ неправильную дробь.

**Воп.** Посему какъ умножить сложное именованное число на цѣлое число съ дробью?

**Отв.** Должно цѣлое число съ дробью обратить въ неправильную дробь и на нее умножить именованное число по предыдущему правилу.

§ 127. Какъ раздѣлить сложное именованное число на дробь.

**Воп.** Какъ раздѣлить цѣлое число на дробь?

**Отв.** Должно помножить цѣлое число на знаменателя дроби и произведение раздѣлить на числителя (\*).

**Воп.** По этому правилу, какъ раздѣлить сложное именованное число на дробь?

**Отв.** Должно именованное число помножить на знаменателя дроби и произведение раздѣлить на числителя.

§ 128. Какъ раздѣлить сложное именованное число на цѣлое число съ дробью.

**Воп.** Требуется раздѣлить сложное именованное число на цѣлое число съ дробью. Какъ привести этотъ случай къ предыдущему?

**Отв.** Стоитъ только обратить цѣлое число съ дробью въ неправильную дробь.

**Воп.** Посему, какъ раздѣлить сложное именованное число на цѣлое число съ дробью?

**Отв.** Должно цѣлое число съ дробью обратить въ неправильную дробь и на нее раздѣлить именованное число по предыдущему правилу.

---

(\*) См. § 79.

**Примѣръ:**

**18 пуд. 56 фунт. 84 зол. :  $5\frac{2}{7}$ .**

$$5\frac{2}{7} = \frac{37}{7}.$$

**18 п. 56 ф. 84 золотн.**

$$\times 7.$$

37 | 130 п. 28 ф. 12 зол. + 3 п. 21 ф. 28  $\frac{32}{37}$  зол.

**111**

**19**

$$\times 40$$

**760**

$$+ 28$$

**37 | 788 | 21 ФУНТ.**

**74**

**48**

**57**

**11**

$$\times 96$$

**96**

**96**

**1056**

$$+ 12$$

**37 | 1068 | 28  $\frac{32}{37}$  зол.**

**74**

**528**

**296**

**52 (\*)**

(\*) Повѣрка умноженія и дѣленія именованныхъ чиселъ дѣлается такъ же какъ и повѣрка умноженія и дѣленія простыхъ чиселъ, то есть повѣрка умноженія чрезъ дѣленіе, а повѣрка дѣленія чрезъ умноженіе.

## Г Л А В А XXXII.

### Объ отношеніяхъ.

§ 129. Два способа сравненія чиселъ.

*Воп.* Возьмемъ числа 6 и 2. Эти два числа не одинаковы и потому можно ли ихъ сравнивать.

*Отв.* Ихъ можно сравнивать.

*Воп.* Которое же изъ этихъ чиселъ болѣе?

*Отв.* 6.

*Воп.* Чѣмъ 6 болѣе 2?

*Отв.* 4 единицами.

*Воп.* А во сколько разъ 6 болѣе 2?

*Отв.* Въ 3 раза.

*Воп.* Какъ узнать чѣмъ 6 болѣе 2?

*Отв.* Вычтя 2 изъ 6.

*Воп.* А какъ узнать во сколько разъ 6 болѣе 2?

*Отв.* Раздѣливъ 6 на 2.

*Воп.* И такъ, сколькими способами можно сравнивать два числа между собою?

*Отв.* Два числа можно сравнивать двумя способами: вычитаніемъ или дѣленіемъ. Первымъ способомъ узнаютъ чѣмъ одно число болѣе другаго, а вторымъ во сколько разъ одно число болѣе другаго.

*Напримльръ:*  $24 - 6 = 18.$

$$24 : 6 = 4.$$

§ 130. Два рода отношеній.

*Воп.* Возьмемъ опять числа 6 и 2. Эти числа относятся между собою извѣстнымъ

образомъ. Вычтя 2 изъ 6 или раздѣливъ 6 на 2, мы узнаемъ какъ они между собою относятся. Напримѣръ:  $6 - 2 = 4$  и  $6 : 2 = 3$ . Выводы 4 и 3, или что все равно  $6 - 2$  и  $6 : 2$  показываютъ, какъ 6 и 2 между собою относятся. Посему какъ можно назвать  $6 - 2$  и  $6 : 2$ ?

*Отв.* Отношеніями.

*Воп.* И такъ, что называютъ вообще отношеніемъ?

*Отв.* Вообще отношеніемъ называютъ выводъ, полученный отъ сравненія двухъ чиселъ.

Напримѣръ:  $8 - 3$ .  
 $10 : 5$ .

*Воп.*  $6 - 2$  есть отношеніе и  $6 : 2$  есть отношеніе, слѣдовательно сколькихъ родовъ бываютъ отношенія?

*Отв.* Двухъ родовъ: отношеніе вычитанія и отношеніе дѣленія.

Напримѣръ:  $15 - 3 = 12$ .  
 $15 : 3 = 5$ .

*Воп.* Возьмемъ отношеніе вычитанія:  $6 - 2 = 4$ . Какъ можно еще назвать  $6 - 2$ , или, что все равно, число 4, полученное отъ вычитанія?

*Отв.* Разностью.

*Воп.* Посему какъ можно проще назвать два рода отношеній?

*Отв.* Разностью и отношеніемъ. Первое происходитъ отъ вычитанія двухъ чиселъ, второе отъ дѣленія.

*Воп.* Повтори, сколькихъ родовъ бываютъ отношенія?

**Отв.** Отношенія бываютъ двухъ родовъ: отношеніе вычитанія, или разность, и отношеніе дѣленія или собственно отношеніе.

**Воп.** Что называютъ отношеніемъ вычитанія или разностью?

**Отв.** Отношеніемъ вычитанія или разностью называютъ выводъ, полученный отъ вычитанія одного числа изъ другаго.

**Воп.** Что называютъ отношеніемъ дѣленія или просто отношеніемъ?

**Отв.** Отношеніемъ дѣленія или просто отношеніемъ называютъ выводъ, полученный отъ дѣленія одного числа на другое, или частное.

### § 131. Названіе членовъ отношеній.

**Воп.** Возьмемъ отношенія: 6—2

$$6 : 2$$

Изъ сколькихъ цифръ или членовъ состоитъ каждое отношеніе?

**Отв.** Изъ двухъ членовъ.

**Воп.** Какъ называютъ первый членъ отношенія?

**Отв.** *Предыдущимъ.*

**Воп.** Какъ называютъ второй членъ отношенія?

**Отв.** *Послѣдующимъ.*

**Напримѣръ:** Въ отношеніяхъ:

$$\begin{array}{l} 6 - 2 \\ 6 : 2 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 6 \text{ есть предыдущій, а} \\ 2 \text{ послѣдующій членъ.} \end{array} \right.$$

## Г Л А В А XXXIII.

### ○ равныхъ отношеніяхъ.

§ 132. Что называютъ равными разностями.

*Воп.* Возьмемъ двѣ разности:  $12 - 5 = 7$ .

$$24 - 17 = 7.$$

Равны ли между собою эти два отношенія?

*Отв.* Равны.

*Воп.* Напиши знаками что они равны?

*Отв.*  $12 - 5 = 24 - 17$ .

*Воп.* Какъ можно назвать все это выраженіе, состоящее изъ двухъ равныхъ отношеній вычитанія?

*Отв.* Равными разностями.

*Воп.* Что же называютъ равными разностями?

*Отв.* Равными разностями называютъ два равныя отношенія вычитанія.

*Напримльръ:*  $15 - 10 = 18 - 13$ .

$$22 - 9 = 26 - 13.$$

$$45 - 25 = 32 - 12.$$

§ 133. Что называютъ пропорціею.

*Воп.* Возьмемъ два отношенія дѣленія?

$$15 : 5 = 3.$$

$$56 : 12 = 3.$$

Равны ли между собою эти два отношенія?

*Отв.* Равны.

*Воп.* Напиши знаками что они равны?

*Отв.*  $15 : 5 = 56 : 12$ .

**Воп.** Какъ можно назвать все это выраженіе, состоящее изъ двухъ равныхъ отношеній дѣленія?

**Отв.** Равными частными.

**Воп.** Что же называютъ равными частными или пропорціею?

**Отв.** Равными частными или пропорціею называютъ два равныя отношенія дѣленія.

*Напримльрь:*  $8 : 4 = 12 : 6.$

$18 : 6 = 21 : 7.$

$35 : 7 = 10 : 2.$

§ 134. Какъ выговорить равныя разности.

**Воп.** Выговори равныя разности:

$$12 - 5 = 24 - 17?$$

**Отв.** Равныя разности выговариваются такъ:

$$12 \text{ безъ } 5 \text{ равно } 24 \text{ безъ } 17,$$

или чѣмъ 12 болѣе 5 тѣмъ 24 болѣе 17.

§ 135. Какъ выговорить пропорцію.

**Воп.** Выговори пропорцію  $15:5=36:12?$

**Отв.** Пропорція выговаривается такъ: 15 относятся къ 5 какъ 36 относятся къ 12 или во сколько разъ 15 болѣе 5 во столько разъ 36 болѣе 12.

§ 136. Названіе членовъ.

**Воп.** Какъ называютъ первый и третій члены въ равныхъ разностяхъ и въ пропорціи?

**Отв.** *Предыдущими.*

**Воп.** Какъ называютъ второй и четвертый члены?

**Отв.** *Послѣдующими.*

**Воп.** Какъ называютъ первый и четвертый члены въ равныхъ разностяхъ и въ пропорціи?

**Отв.** *Крайними членами.*

**Воп.** Какъ называютъ второй и третій члены?

**Отв.** *Средними членами.*

*Напримѣръ: 15 : 5 = 36 : 12.*

Члены 15 и 36 суть предыдущіе.

« 5 и 12 » послѣдующіе.

« 15 и 12 » крайніе.

« 5 и 36 » средніе.

## Г Л А В А XXXIV.

### ● равныхъ разностяхъ.

§ 137. Главное свойство равныхъ разностей.

**Воп.** Напиши равныя разности?

**Отв.**  $11 - 7 = 19 - 15$ .

**Воп.** Сложи два крайніе члена, какая будетъ сумма?

**Отв.**  $11 + 15 = 26$ .

**Воп.** Сложи два средніе члена, какая будетъ сумма?

**Отв.**  $7 + 19 = 26$ .

**Воп.** И такъ, равны ли обѣ суммы?

**Отв.** Равны.

**Воп.** Посему, чтобы могли быть равныя разности, какое свойство должны имѣть их члены?

**Отв.** Во всякой равной разности сумма крайних членовъ должна быть равна суммѣ среднихъ.

**Воп.** Какое же главное свойство равныхъ разностей?

**Отв.** Главное свойство равныхъ разностей состоитъ въ томъ, что сумма ихъ крайних членовъ равна суммѣ среднихъ.

*Напримльръ:*  $25 - 8 = 18 - 1$ .

Здѣсь  $25 + 1 = 8 + 18$ .

§ 138. Какъ находить неизвѣстные члены равныхъ разностей.

**Воп.** Возьми равныя разности:  $25 - 11 = 49 - x$ . Въмѣсто четвертаго члена поставлена буква  $x$ , которая означаетъ что этотъ членъ неизвѣстенъ и что требуется его отыскать. Для того чтобы найти численную величину  $x$ , напиши, по главному свойству равныхъ разностей, что сумма крайних членовъ равна суммѣ среднихъ?

**Отв.** Будеть:  $25 + x = 11 + 49$  (\*).

**Воп.** Въ первой части равенства какое находится число, кромѣ  $x$ ?

**Отв.** Кромѣ  $x$  находится еще  $25$ .

**Воп.** Посему, если  $x$ , вмѣстѣ съ  $25$ , равны  $11 + 49$ , то какъ узнать чему равенъ одинъ  $x$ ?

---

(\*) Подобное выраженіе называютъ *равенствомъ*; члены по лѣвую сторону отъ знака равенства называютъ *первою частью равенства*, а по правую *второю частью равенства*.

*Отв.* Должно только отъ обѣихъ частей равенства отнять 25.

*Воп.* Сколько же получится?

*Отв.* Получится  $x=11+49-25$ .  
 $=60-25$   
 $=37$ .

*Воп.* Въ выраженіи  $x=11+49-25$  какимъ членамъ равенъ  $x$ ?

*Отв.*  $x$  равенъ суммѣ среднихъ членовъ безъ извѣстнаго крайняго члена.

*Воп.* И такъ, какъ найти неизвѣстный крайній членъ равныхъ разностей?

*Отв.* Должно средніе члены сложить и изъ суммы вычесть извѣстный крайній членъ.

*Напримльръ:*  $x-8=27-6$ .

$$x=8+27-6$$

$$=35-6=29$$

*Воп.* Возьмемъ теперь равную разность  $31-25=x-28$ , въ которой средній членъ неизвѣстенъ. Найди этотъ средній членъ, основываясь также на главномъ свойствѣ равныхъ разностей?

*Отв.* По главному свойству равныхъ разностей:

$$31+28=25+x$$

Отнявъ отъ обѣихъ частей равенства по 25, получу:

$$x=31+28-25$$

$$=59-25=34$$

*Воп.* Какъ же найти неизвѣстный средній членъ равныхъ разностей?

*Отв.* Должно сложить крайніе члены и изъ суммы вычесть извѣстный средній членъ.

*Напримерь:*  $55 - x = 55 - 12$

$$x = 55 + 12 - 55$$

$$= 67 - 55 = 12.$$

*Воп.* Найди неизвѣстный членъ равныхъ разностей:  $12 - 8 = 14 - x$ ?

*Отв.* Будеть:  $x = 8 + 14 - 12 = 10.$

*Воп.* Подставь въ равныя разности вмѣсто  $x$ , 10?

*Отв.* Будеть:  $12 - 8 = 14 - 10.$

*Воп.* Если  $x$  найденъ вѣрно, то члены равныхъ разностей какому главному свойству должны удовлетворить?

*Отв.* Сумма крайнихъ членовъ должна быть равна суммѣ среднихъ членовъ. Въ самомъ дѣлѣ:  $12 + 10 = 8 + 14$

$$22 = 22, \text{ посему } x \text{ найденъ вѣрно.}$$

*Воп.* Какъ же узнать вѣрно ли найденъ неизвѣстный членъ равныхъ разностей?

*Отв.* Должно смотрѣть, чтобы въ равныхъ разностяхъ сумма крайнихъ членовъ была равна суммѣ среднихъ членовъ.

## Г Л А В А XXXV.

### ⊙ пропорціяхъ.

§ 139. Главное свойство пропорціи.

*Воп.* Напиши пропорцію?

*Отв.*  $18 : 6 = 24 : 8.$

**Воп.** Перемножь между собою два крайніе члена, какое будетъ произведеніе?

**Отв.**  $18 \times 8 = 144$ .

**Воп.** Перемножь между собою два средніе члена, какое будетъ произведеніе?

**Отв.**  $24 \times 6 = 144$ .

**Воп.** Равны ли оба произведенія?

**Отв.** Равны.

**Воп.** Посему, чтобы могла быть пропорція, какое свойство должны имѣть ея члены?

**Отв.** Произведеніе крайнихъ членовъ должно быть равно произведенію среднихъ.

**Воп.** Какое же главное свойство пропорцій?

**Отв.** Главное свойство пропорцій состоитъ въ томъ, что произведеніе крайнихъ членовъ равно произведенію среднихъ членовъ.

*Напримѣръ:*  $15 : 5 = 21 : 7$ ;

здѣсь  $15 \times 7 = 5 \times 21$ ,

$105 = 105$ .

§ 140. Какъ находить неизвѣстные члены пропорціи.

**Воп.** Въ пропорціи  $18 : 24 = 72 : x$  требуется отыскать неизвѣстный крайній членъ. Напиши, по главному свойству пропорцій, что произведеніе крайнихъ членовъ равно произведенію среднихъ?

**Отв.** Будеть:  $18 \times x = 24 \times 72$ .

**Воп.** Первая часть равенства показываетъ, что 18 разъ  $x$  или  $18x$  равны  $24 \times 72$ . Одинъ  $x$  во сколько разъ будетъ меньше?

**Отв.** Въ 18 разъ.

**Воп.** Какъ узнать чему равенъ  $x$ ?

**Отв.** Должно только  $24 \times 72$  раздѣлить на 18. Получу:

$$x = \frac{24 \times 72}{18} = \frac{1728}{18} = 96.$$

**Воп.** Въ выраженіи  $x = \frac{24 \times 72}{18}$  какимъ членамъ равенъ  $x$ ?

**Отв.**  $x$  равенъ произведенію среднихъ членовъ, раздѣленному на извѣстный крайній членъ.

**Воп.** И такъ, какъ найти неизвѣстный крайній членъ пропорціи?

**Отв.** Должно произведеніе среднихъ членовъ раздѣлить на извѣстный крайній членъ.

**Напримѣръ:**  $x : 15 = 42 : 6$ .

$$x = \frac{15 \times 42}{6} = \frac{630}{6} = 105.$$

**Воп.** Возьмемъ теперь пропорцію  $28 : 7 = x : 8$ , въ которой средній членъ неизвѣстенъ. Найди этотъ средній членъ основываясь также на главномъ свойствѣ пропорцій?

**Отв.** По главному свойству пропорцій:

$$28 \times 8 = 7 \times x.$$

Раздѣливъ обѣ части равенства на 7, получу:

$$x = \frac{28 \times 8}{7} = \frac{224}{7} = 32.$$

**Воп.** Какъ же найти неизвѣстный средній членъ пропорціи?

**Отв.** Должно произведеніе крайнихъ членовъ раздѣлить на извѣстный средній членъ.

**Напримѣръ:**  $32 : x = 36 : 9$ .

$$x = \frac{32 \times 9}{36} = \frac{468}{36} = 13.$$

**Воп.** Найди неизвѣстный членъ пропорціи:

$$32 : 4 = 40 : x?$$

**Отв.** Будеть:  $x = \frac{40 \times 4}{32} = \frac{160}{32} = 5$ .

**Воп.** Подставь въ пропорцію вмѣсто  $x$ , 5?

**Отв.** Будеть:  $32 : 4 = 40 : 5$ .

**Воп.** Если  $x$  найденъ вѣрно, то члены сей пропорціи какому главному свойству должны удовлетворять?

**Отв.** Произведеніе крайнихъ членовъ должно быть равно произведенію среднихъ членовъ. Въ самомъ дѣлѣ:

$$32 \times 5 = 4 \times 40.$$

$$160 = 160.$$

Посему  $x$  найденъ вѣрно.

**Воп.** Какъ же узнать, вѣрно ли найденъ неизвѣстный членъ пропорціи?

**Отв.** Должно смотрѣть, чтобы произведеніе крайнихъ членовъ было равно произведенію среднихъ.

### § 141. Сокращеніе пропорцій.

**Воп.** Дана пропорція  $42 : 14 = 90 : 30$ . Что означаютъ двѣ точки въ каждомъ отношеніи?

**Отв.** Что предыдущій членъ раздѣленъ на послѣдующій.

**Воп.** Посему, нельзя ли написать пропорцію въ видѣ двухъ равныхъ дробей?

**Отв.** Можно написать такъ:  $42/14 = 90/30$ .

**Воп.** Нельзя ли сократить эти дроби?

**Отв.** Можно :

$$\frac{42}{14} \left| \begin{array}{c} 2 \\ \hline 21 \\ 7 \end{array} \right.$$

$$\frac{90}{30} \left| \begin{array}{c} 10 \\ \hline 9 \\ 3 \end{array} \right.$$

**Воп.** Измѣняется ли величина дробей отъ сокращенія?

**Отв.** Нѣтъ не измѣняется.

**Воп.** Посему измѣнится ли пропорція, если сократить между собою члены въ каждомъ отношеніи?

**Отв.** Нѣтъ не измѣнится.

**Воп.** Какая же получится пропорція вмѣсто:  $42 : 14 = 90 : 30$ .

**Отв.** Получится  $21 : 7 = 9 : 3$ .

**Воп.** И такъ, какіе члены пропорціи можно сокращать между собою?

**Отв.** Въ пропорціи можно сокращать между собою члены, находящіеся въ одномъ отношеніи.

**Воп.** Дана пропорція:  $15 : 3 = 30 : 6$ . Представь ее въ видѣ равныхъ дробей?

**Отв.** Будетъ:  $15/3 = 30/6$ .

**Воп.** Если раздѣлить каждую часть равенства на 15, то измѣнится ли равенство или пропорція?

**Отв.** Нѣтъ не измѣнится.

**Воп.** Посему, раздѣли числителей на 15?

**Отв.** Будеть  $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$  или  $1 : 3 = 2 : 6$ .

**Воп.** Посему еще какіе члены пропорціи можно сокращать между собою?

**Отв.** Еще можно сокращать между собою предыдущіе члены пропорціи.

**Воп.** Дана пропорція  $28 : 4 = 84 : 12$ . Представь ее дробями?

**Отв.** Будеть:  $\frac{28}{4} = \frac{84}{12}$ .

**Воп.** Если увеличитъ каждую часть равенства въ 4 раза, то измѣнится ли равенство или пропорція?

**Отв.** Нѣтъ не измѣнится.

**Воп.** Посему, увеличь обѣ части равенства въ 4 раза, раздѣливъ знаменателей на 4?

**Отв.** Будеть:  $\frac{28}{1} = \frac{84}{3}$

или  $28 : 1 = 84 : 3$ .

**Воп.** Посему, еще какіе члены пропорціи можно сокращать между собою?

**Отв.** Еще можно сокращать между собою послѣдующіе члены пропорціи.

**Воп.** Повтори, какъ можно сокращать пропорцію?

**Отв.** Можно сокращать между собою члены въ одномъ отношеніи, также предыдущіе члены между собою и послѣдующіе члены между собою.

## Г Л А В А XXXVI.

### ○ тройныхъ правилахъ.

§ 142. Что называется тройнымъ правиломъ.

**Воп.** Требуется найти четвертый неизвѣстный членъ пропорціи  $8 : 3 = 24 : x$ . Въ этой задачѣ по сколькимъ извѣстнымъ членамъ ищется неизвѣстный?

**Отв.** По тремъ извѣстнымъ членамъ.

**Воп.** Посему какъ можно назвать такого рода задачи или правила?

**Отв.** Тройными правилами.

**Воп.** И такъ, что называется тройнымъ правиломъ?

**Отв.** Тройнымъ правиломъ называютъ задачу, въ которой по тремъ извѣстнымъ членамъ пропорціи ищутъ неизвѣстный членъ.

### ○ простыхъ тройныхъ правилахъ.

§ 143. Тройныя правила простыя.

**Воп.** Рѣшимъ сначала тройное простое правило. Дана такая задача:

30 арш. сукна стоятъ 165 рубл.

55   »       «   что будутъ стоить?

---

Если 30 арш. стоятъ 165 рубл. то 55 арш. будутъ стоить болѣе или менѣе?

**Отв.** Болѣе.

**Воп.** Посему, во сколько разъ 30 арш. менѣе 55

арш., во столько же разъ и 165 рубл. менѣе  $x$ . Наниши эту пропорцію?

*Отв.* Будеть:  $30 : 55 = 165 : x$ .

$$x = \frac{165 \times 55}{30} = 302\frac{1}{2} \text{ рубл.}$$

*Воп.* Возьмемъ эту пропорцію :  $30 : 55 = 165 : x$ . Какого званія члены перваго отношенія?

*Отв.* Аршины.

*Воп.* А втораго отношенія?

*Отв.* Рубли.

*Воп.* Посему, при составленіи пропорціи изъ тройнаго правила, что должно наблюдать?

*Отв.* Чтобы члены въ каждомъ отношеніи были одного званія.

*Воп.* Возьми ту же пропорцію:  $30 : 55 = 165 : x$ . Равны ли дѣйствительно оба отношенія?

*Отв.* Равны, ибо во сколько разъ 30 менѣе 55 во столько же разъ и 165 менѣе  $x$ .

*Воп.* Можно ли эту пропорцію написать такъ:  $30 : 55 = x : 165$ .

*Отв.* Нѣтъ нельзя, ибо тогда отношенія не будутъ равны.

*Воп.* И такъ при составленіи пропорціи, изъ тройнаго правила, что должно еще наблюдать?

*Отв.* Чтобы отношенія были равны между собою, то есть чтобы во сколько разъ первый членъ болѣе или менѣе втораго, во столько же разъ и третій членъ былъ бы болѣе или менѣе четвертаго.

*Воп.* И такъ повтори, какія два правила должно соблюдать при составленіи пропорціи?

**Отв.** При составленіи пропорціи должно соблюдать слѣдующія два правила:

1.) Чтобы въ каждомъ отношеніи были члены одного званія. 2.) Чтобы эти отношенія были дѣйствительно равны.

**Воп.** Для примѣра, рѣшимъ еще слѣдующую задачу: Нѣкоторая работа была кончена 8 работниками въ 5 дней; во сколько времени могутъ кончить ту же работу 11 работниковъ?

8 работн. 5 дней

11 »  $x$  »

11 работниковъ сдѣлаютъ ту же работу въ меньшее или въ большее число дней?

**Отв.** Въ меньшее число дней.

**Воп.** Посему  $x$  менѣе или болѣе 5 дней?

**Отв.** Менѣе.

**Воп.** Зная, что  $x$  менѣе 5 дней, напиши пропорцію?

**Отв.** Пропорція будетъ:  $8:11=x:5$ . Здѣсь, въ каждомъ отношеніи члены одного званія и притомъ во сколько разъ 8 менѣе 11, во столько же разъ и  $x$  менѣе 5, то есть отношенія равны. Получу:  $x = \frac{40}{11} = 3\frac{7}{11}$  дня.

**Воп.** Какъ разрѣшить всякое простое тройное правило?

**Отв.** Должно смотрѣть, по смыслу вопроса, будетъ ли неизвѣстный членъ  $x$  болѣе или менѣе другаго члена одного съ нимъ званія. Узнавъ это, должно написать пропорцію такъ, чтобы въ каждомъ отношеніи стояли члены одного званія и чтобы

самыя отношенія были равны, то есть, чтобы во сколько разъ первый членъ болѣе или менѣе втораго, во столько бы разъ и третій былъ болѣе или менѣе четвертаго.

**Примѣры:**

1.) 8 подвозчикамъ стаетъ извѣстное количество фуража на 102 дня; на сколько дней станетъ того же фуража 12 подвозчикамъ? !

$$\begin{array}{r} 8 \text{ подвозч.} - 102 \text{ дня} \\ 12 \quad \text{»} \quad - x \end{array}$$

---


$$8 : 12 = x : 102.$$

2.) 25 столяровъ, работая 8 часовъ, приготавливаютъ 105 штукъ разныхъ издѣлій. Спрашивается, сколько времени должны работать 12 столяровъ, чтобы приготовить тѣ же издѣлія?

$$25 \text{ столяр.} - 8 \text{ час.}$$

$$12 \quad \text{»} \quad - x \quad \text{»}$$

---


$$25 : 12 = x : 8.$$

**О сложныхъ тройныхъ правилахъ.**

§ 144. Тройныя правила сложные.

**Воп.** Возьмемъ такой примѣръ: 20 работниковъ въ 18 дней сдѣлали 500 футъ нѣкоторой работы; требуется узнать, во сколько дней 76 работниковъ сдѣлаютъ 1265 футъ той же работы?

20 раб.—18 дней—500 фут.

76 » —  $x$  » —1267 »

Такъ какъ въ этой задачѣ входятъ 6 членовъ, а не 4, какъ въ предыдущихъ, то можно ли ее рѣшить одною пропорціею

*Отв.* Нѣтъ нельзя.

*Воп.* Посему какая разница между простымъ и сложнымъ тройнымъ правиломъ?

*Отв.* Въ простомъ тройномъ правилѣ, задача рѣшается одною пропорціею, а въ сложномъ тройномъ правилѣ нѣсколькими пропорціями.

*Воп.* Однако же, всякое сложное тройное правило можетъ быть приведено къ простому. Для сего, въ данной задачѣ предположимъ сначала, что требуется лишь узнать: когда 20 работниковъ дѣлаютъ работу въ 500 футъ въ 18 дней, то 76 работниковъ во сколько дней сдѣлаютъ ту же работу?

20 раб.—18 дней

76 » —  $x$  »

Рѣши эту задачу?

*Отв.* Въ этой задачѣ  $x$  менѣе 18 дней, ибо чѣмъ болѣе работниковъ тѣмъ менѣе нужно имъ дней для окончанія работы. Посему будетъ пропорція:  $76 : 20 = 18 : x$ , откуда опредѣлится  $x$ .

*Воп.* Здѣсь нѣтъ надобности опредѣлять  $x$ , ибо оно не есть окончательное искомое, такъ какъ мы предполагали работу одинакою. Положимъ что  $x$  извѣстенъ, тог-

да мы значить нашли, что 76 работниковъ кончаютъ работу въ 500 футъ въ извѣстное число  $x$  дней. Остается только найти во сколько дней сдѣлаютъ тѣ же 76 работниковъ работу въ 1265 футъ.

500 фут. —  $x$  дней.

1265 » —  $x'$  » (\*)

---

Рѣши эту задачу?

*Отв.* Здѣсь  $x'$  болѣе  $x$ , ибо чѣмъ болѣе работа, тѣмъ болѣе и дней нужно для ея оканчанія. Посему будетъ пропорція:

$$500 : 1265 = x : x'.$$

*Воп.* И такъ мы получили двѣ пропорціи

$$76 : 20 = 18 : x,$$

$$500 : 1265 = x : x'.$$


---

Перемножь эти двѣ пропорціи почленно?

*Отв.* Будетъ:

$$76 \times 500 : 20 \times 1265 = 18 \times x : x \times x'.$$

*Воп.* Сократи второе отношеніе на  $x$ ?

*Отв.* Получу:  $76 \times 500 : 20 \times 1265 = 18 : x'$ , откуда

$$x' = \frac{20 \times 1265 \times 18 (**)}{76 \times 500} = 11 \frac{187}{190} \text{ дня или}$$

почти 12 днямъ.

*Воп.* Какъ же рѣшить всякое сложное тройное правило?

*Отв.* Должно привести его къ простому тройному правилу. Сколько бы членовъ ни было въ задачѣ, должно постепенно брать въ разсмотрѣніе по четыре члена, урав-

(\*) Неизвѣстный членъ можно означать также чрезъ  $x'$ ,  $x''$  и такъ далѣе, то есть чрезъ  $x$  со знакомъ,  $x$  съ двумя знаками и такъ далѣе,

(\*\*) Получивъ такое выраженіе для  $x'$  нужно прежде всего стараться сократить общихъ множителей въ числитель и въ знаменатель.

нивая всѣ прочіе. Такимъ образомъ, разсматривая постепенно по четыре члена задачи, которые составляютъ простое тройное правило, получатся нѣсколько пропорцій. Перемноживъ почленно эти пропорціи и сокративъ ихъ вторыя отношенія, найдется окончательное искомое число.

*Примѣръ:*

Путешественникъ проходитъ въ 29 дней 812 верстъ, идя по 7 часовъ въ день. Спрашивается сколько верстъ онъ пройдетъ въ 17 дней, идя по 10 часовъ въ день?