



Формирование вычислительных умений в новых условиях

С.Е. ЦАРЕВА,

кандидат педагогических наук, профессор, Новосибирский государственный педагогический университет

До вступления в силу Федерального государственного стандарта начального общего образования (ФГОС НОО) изучение арифметических действий связывали, прежде всего, с формированием вычислительных навыков, понимаемых как высокая степень овладения вычислительными приемами, приобрести которые — «...значит, для каждого случая знать, какие операции и в каком порядке следует выполнять, чтобы найти результат арифметического действия, и выполнять эти операции достаточно быстро» [1, 39]¹. Формирование вычислительных навыков долгое время было одной из главных задач обучения математике в начальной школе. Пути ее решения, соответствующие тому периоду начального образования, были реализованы в действовавших тогда учебниках математики, представлены в методических пособиях, обсуждалась в многочисленных публикациях. Работой, которая в значительной мере задала ключевые позиции в решении этой задачи, стала процитированная выше статья М.А. Бантовой, одного из авторов единых учебников математики, опубликованная в журнале «Начальная школа» в № 10 1975 г., а затем в № 11 юбилейного для журнала 1993 г. в числе наиболее значимых работ из истории журнала.

В связи с реформированием системы образования, поиском новых парадигм образования, созданием и внедрением новых учебников математики, учебных комплектов по всем предметам начальной школы в последние два десятилетия на первом плане были вопросы общей методики обучения. Вопросы частной методики, к которым относится и обучение умению быстро и безошибочно выполнять четыре арифметиче-

ских действия, ушли на второй план. Сейчас, когда принят ФГОС НОО, задавший единую общепедагогическую позицию (системно-деятельностный подход) и требования к результатам и условиям обучения, настало время для частных вопросов теории и методики обучения. Можно констатировать, что сегодня проблема обучения учащихся начальной школы вычислениям является одной из актуальнейших и, пожалуй, самой запущенной.

В требованиях ФГОС НОО [6], в Примерной основной образовательной программе начального общего образования [4] нет термина *вычислительные навыки*. В этих документах говорится об умении «выполнять устно и письменно арифметические действия с числами и числовыми выражениями». Следует отметить, что в педагогической литературе всегда велись споры о том, какое психологическое образование более высокого уровня: умение или навык. Если понимать навык как «кирпичик» умения, то умение. Если навык понимать как определенный, высокий уровень развития умения, то навык. Вероятно, исключая из языка описания результатов изучения арифметических действий термин *вычислительные навыки*, авторы указанных документов руководствовались первым пониманием и тем, что навык довольно часто ассоциируется с многократным механическим повторением одного и того же действия, с механическим заучиванием. Тогда исключение этого термина из педагогической лексики уберет и эту ассоциацию, а за нею и соответствующие способы обучения вычислениям, которые уже давно признаны неэффективными. Однако термин *навык* ассоци-

¹ В квадратных скобках указан номер работы и страницы в ней из списка «Использованная литература». — *Ред.*



ируется также со свободным, быстрым, доведенным до автоматизма безошибочным выполнением осваиваемого действия, что особенно важно для табличных вычислений. Хотелось бы, чтобы эти качества вычислительных действий учащихся не исчезли из рассмотрения и формирования вместе с термином *вычислительные навыки*.

Так как государственные требования к результатам обучения в соответствующей части сформулированы с использованием термина *умения*, то и отчитываться о достижении требуемых результатов в этой части можно только по качествам и уровню названных в требованиях умений. Потому возникает необходимость охарактеризовать содержание понятия *умение выполнять устно и письменно арифметические действия с числами*, а также более широко понятия *вычислительные умения*, приемника понятия *вычислительные навыки*, и понятия *умение находить значения числовых выражений*, так как эти умения названы в требованиях к предметным результатам образовательной области «Математика и информатика».

В современной школе формирование названных умений важная, но не главная задача математического образования учащихся начальной школы. За последние 20–30 лет значительно изменились условия жизни, в том числе учебной жизни младших школьников, целевые приоритеты школьного обучения, функции и характер требуемых во взрослой жизни вычислительных умений, условия их формирования.

Одно из изменений, относящееся к проблеме формирования вычислительных умений, — повсеместное использование калькуляторов, в том числе в начальной школе. Калькулятор в повседневной жизни все больше заменяет нам устные и письменные вычисления. Оградить учащихся начальной школы от них невозможно, и потому нужно найти способы включения калькулятора в учебный процесс не в ущерб, а во благо образованию младших школьников в целом и во благо обучению устным и письменным вычислениям в частности.

Важные изменения произошли также в педагогических подходах к обучению в целом и к обучению математике в частности.

Эти изменения закреплены в требованиях ФГОС НОО. Впервые в отечественном образовании заданы как предметные, так и личностные и метапредметные результаты обучения. Следовательно, формирование вычислительных умений также должно обеспечивать достижение не только предметного результата — определенного уровня и качества вычислительных умений, но и достижение личностных и метапредметных результатов. Изменения коснулись и содержания обучения. Так, ФГОС НОО объединил в одну образовательную область математику и информатику, что усилило алгоритмическую и информационную линии начального математического образования. Новое время требует теоретического осмысления произошедших изменений.

Начнем с характеристики понятия *вычислительные умения*. Процитированное в начале статьи описание М.А. Бантовой понятия *вычислительный навык* определяет его через понятие *вычислительный прием*, который понимается как ряд «последовательных операций (системы операций), выполнение которых приводит к нахождению результата требуемого арифметического действия» [1, 39] и отражает способ вычисления. Вычисления являются алгоритмическими процессами, а характеристика вычислительного приема очень схожа с характеристиками понятия алгоритма: «Алгоритм — точное, понятное предписание о том, какие действия и в каком порядке необходимо выполнить, чтобы решить любую задачу из данного класса однотипных задач (для которого и предназначен этот алгоритм)» [2, 9]; «Алгоритм — предписание исполнителю (человеку или автомату) выполнить точно определенную последовательность действий, направленных на достижение заданной цели или решение поставленной задачи» [3, 807]), которое сегодня является одним из ключевых понятий образовательной области «Математика и информатика». Среди требований ФГОС НОО к предметным результатам этой образовательной области есть требование: «овладение основами логического и алгоритмического мышления». Поэтому при рассмотрении проблемы формирования вычислительных умений целесообразно



использовать термин *вычислительный алгоритм*.

Под *вычислительным алгоритмом* будем понимать алгоритм нахождения результата арифметического действия с двумя числами из заданного множества или алгоритм нахождения значения числового выражения с одним арифметическим действием (если исходные числа и требуемое арифметическое действие заданы соответствующим числовым выражением — записями вида $a + b$, $a - b$, $a \cdot b$, $a : b$). *Вычислительные алгоритмы* — это алгоритмы решения вычислительных задач, в которых по двум данным числам требуется найти третье, задаваемое характеристическими свойствами, заложенными в определениях арифметического действия и следствиях из них.

Отдельно выделим понятие *алгоритм нахождения значений числовых выражений с тремя и более арифметическими действиями*. Такие алгоритмы тоже решают задачи вычисления и потому также могут быть названы *вычислительными алгоритмами*. Но тогда такой алгоритм следует назвать *вычислительным алгоритмом второго уровня*, а алгоритмы выполнения действия с двумя числами — *вычислительными алгоритмами первого уровня*, так как действия с двумя числами при нахождении значений выражений в 3 и более действий выполняют функции операций этого алгоритма.

Использование понятия *вычислительный алгоритм* — это переход на новый уровень понимания вычислительного процесса, проявление и усиление его алгоритмической природы. Он привлечет внимание учителя и учащихся к алгоритмической природе способов нахождения результатов арифметических действий, повысит образовательные и развивающие возможности процесса формирования вычислительных умений. Сформулируем понятие *вычислительного умения*, опираясь на понятие *вычислительного алгоритма*. Под *вычислительным умением* будем понимать умение найти (выбрать, изобрести) и применить подходящий вычислительный алгоритм для каждого вычислительного случая, оценить его правдоподобность, точность, правильность хода и результата выполненной последовательности операций алгоритма.

Формирование вычислительных умений учащихся — это организованный учителем процесс овладения учащимися вычислительными алгоритмами.

Вычислительных алгоритмов, которые могут быть освоены учащимися, достаточно много. В том или ином виде они представлены на страницах учебников математики. Учащиеся могут изобретать и свои алгоритмы и предписания алгоритмического вида. Предписание алгоритмического вида — это предписание, имеющее вид алгоритма, но не обладающее всеми свойствами алгоритма. «Однако, несмотря на различия между этими понятиями, часто алгоритмические предписания называются алгоритмами» [5, 153]. Классифицировать вычислительные алгоритмы, которые могут входить в содержание обучения математике учащихся начальной школы, можно по разным основаниям.

Одно из таких оснований — *использование материальных объектов, инструментов и технических средств при выполнении алгоритма*, когда алгоритм предписывает операции с ними. По этому основанию можно выделить следующие группы вычислительных алгоритмов.

- Алгоритмы нахождения результата арифметического действия с помощью оперирования с группами предметов и счета: вычисления на пальцах, счетных палочках, предметных картинках, рисунках, графических, геометрических моделях групп предметов (это отражение теоретико-множественного смысла действий); вычисления с использованием прямого измерения величин предметов, геометрических фигур (как моделей предметов), представляющих исходные числа и результаты действий (это отражает величинный смысл арифметических действий).
- Алгоритмы вычислений с помощью инструментов и механических устройств.
- Алгоритмы поиска результата действия по строкам и столбцам таблиц сложения и таблиц умножения, в том числе алгоритмы заполнения ячеек указанных таблиц на основании нескольких заданных результатов или полученных



с помощью алгоритмов из других групп. Назовем алгоритмы этой группы *табличными алгоритмами*.

- Алгоритмы, не содержащие предметных действий с материальными объектами. Это алгоритмы устных и письменных вычислений.
- Вычисления на калькуляторе.

Другим основанием для классификации вычислительных алгоритмов являются их *теоретические* [1] и *эмпирические (практические) основы*.

Теоретической основой алгоритма называют теоретические положения, а эмпирической (практической, предметной) — действия с предметами или их графическими образами, которые обосновывают в алгоритме «законность» включения операции в алгоритм, перехода от одних операций к другим. Например, теоретической основой устного вычислительного алгоритма, развернутая запись применения которого выглядит так: $20 + 7 = 2 \text{ дес. } 7 \text{ ед.} = 27$, являются свойства десятичной системы счисления. Теоретической основой устного вычислительного алгоритма, использованного в ходе вычисления $12 \cdot 15 = (10 + 2) \cdot 15 = 10 \cdot 15 + 2 \cdot 15 = 150 + 30 = 180$, является распределительное свойство умножения относительно сложения. Эмпирические основы первого алгоритма — практические действия связывания счетных палочек в пучки по 10 штук, объединение пучков палочек с отдельными палочками (выполняется с реальными палочками, изображается рисунком или выполняется мысленно), счет и чтение получившейся материальной модели десятичной записи числа. Эмпирические основы второго алгоритма — мысленное объединение стольких равночисленных групп предметов, каков второй множитель (15), где каждая группа состоит из стольких предметов, каков первый множитель, причем предметы в группах упакованы по 10 штук, а оставшиеся лежат россыпью; для подсчета объединяем все упаковки по 10 штук ($10 \cdot 15$), затем собираем россыпь со всех объединяемых групп ($2 \cdot 15$), упаковываем по 10 предметы из объединения россыпи и добавляем их к предметам, полученным предыдущим действием, считаем и записываем (или на-

зываем) согласно правилам десятичной системы и русского (или другого национального) языка.

По теоретическим и соответствующим эмпирическим основам выделяют 4 главные группы вычислительных алгоритмов, основанные на: а) смысле арифметических действий; б) свойствах арифметических действий и следствиях из них; в) свойствах позиционной системы обозначения чисел (позиционной системы счисления); г) свойствах таблицы; д) двух и более разных положениях, указанных в пунктах а, б, в, г.

Дадим характеристику вычислительных алгоритмов начального курса математики с учетом обеих классификаций.

Алгоритмы вычислений, среди операций которых есть действия с предметами или их материальными или графическими моделями, раскрывают, иллюстрируют смыслы арифметических действий и их свойств в теоретико-множественной, величинной и порядковой теориях числа. Они востребованы в период освоения смыслов арифметических действий, выполняя в дальнейшем функцию эмпирической, предметной основы устного или письменного вычислительного алгоритма.

Алгоритмы вычислений с помощью инструментов и механических устройств — это сложение и вычитание с помощью двух масштабных линеек, линейки и циркуля, вычисления на абаке (в том числе на самодельном) и счетах. Такие вычисления могут расширять представления учащихся о способах вычислений, побуждать к изобретению инструментов для вычислений, например, конструированию счетных линеек, абак. Это можно делать как на уроках математики, так и на уроках технологии, во внеурочной работе, рассматривая историю вычислений. Ценность анализа, обсуждения инструментов и приспособлений, проблем и истории их изобретения, применения в алгоритме вычислений состоит в том, что это позволяет глубже понять смыслы действий и их свойств (теоретические основы применяемого алгоритма), работает на достижение коммуникативных универсальных учебных действий, создает дополнительную мотивацию к изучению чисел, действий с ними, истории их возникновения.



Табличные вычисления и соответствующие алгоритмы занимают особое место среди вычислений. Они основаны на свойствах таблицы, арифметических действий и десятичной системы счисления. Свободное владение табличными вычислениями — это знание наизусть результатов сложения и умножения, а также соответствующих случаев вычитания и деления для всех однозначных чисел. Достижение такого результата может быть обеспечено разными средствами. Самым неэффективным и противоречащим духу ФГОС является зазубривание таблицы без понимания ее смысла и назначения. Противоположная крайность — организация творческой, смысловой работы с табличными случаями без установки на запоминание. Истина, как всегда, посередине, и современные учебники математики ориентируют учителя на обеспечение понимания и запоминания.

Рассмотрим таблицы сложения/вычитания и умножения/деления с позиций способов, алгоритмов получения результатов арифметических действий. Если в таблицу уже занесены результаты, то пользовательский алгоритм для сложения и умножения состоит из четырех операций: 1) нахождение первого компонента действия в наименовании строки (или столбца); 2) нахождение второго компонента в наименовании столбца (или строки); 3) нахождение ячейки пересечения этих строки и столбца; 4) чтение результата действия.

Если таблица пустая, то ее вначале надо заполнить. Заполнение начинаем слева направо и сверху вниз. Когда результаты сложения (см. таблицу сложения/вычитания) или умножения (см. таблицу умножения/деления) для нескольких пар чисел найдены, например, результат сложения может быть получен с помощью действий с предметами, а результат умножения — с помощью сложения, то далее можно воспользоваться свойствами таблицы и закономерностями числовых рядов, получаемых по строкам, столбцам и диагональным ячейкам. На основе таких закономерностей (они могут быть установлены по трем последовательным числам ряда) можно заполнить остальные ячейки, не выполняя требуемых действий (сложения и умножения)

с исходными числами, данными в строке и столбце.

В представленной ниже таблице сложения/вычитания можно обнаружить, что в каждой строке и столбце результаты сложения представляют собой ряд последовательных натуральных чисел, начинающийся вначале с числа 4 (для сумм со слагаемым 2), затем с числа 5, 6 и т.п. Достаточно продолжить эти ряды, записывая в ячейки последовательные натуральные числа, и мы получим требуемые результаты.

Таблица сложения/вычитания

+	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	5	6	7				
3	5	6	7					
4	6	7						
5	7							
6								
7								
8								
9								

Таблица умножения/деления

×	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10				18
3	6	9	12	15				27
4	8	12	16	20				36
5		15	20	25				
6				30				
7								
8								
9								

Заметим, что в таблице сложения/вычитания по диагональным линиям (см. выделенные цветом числа) будут записаны одинаковые числа. Поэтому достаточно запол-



нить первую строку и первый столбец последовательными числами, а далее просто вписывать в ячейки каждой диагональной линии одинаковые числа. Заполнить ячейки можно на основе первой строки и столбца. Убедиться в правильности можно, выполнив сложение другим способом, например, с помощью счетных палочек или измерения.

Закономерностей, которые могут быть замечены по таблице сложения/вычитания, очень много. Большинство закономерностей числовых рядов в таблице доступны учащимся I класса, овладевшим смыслами сложения, умением вести счет, складывать числа на основе предметного смысла сложения и (или) прибавлять по частям несколько первых чисел натурального ряда на основе свойств этого ряда. Поэтому даже с первоклассниками можно обсуждать роль таблицы сложения однозначных чисел для овладения умением складывать и вычитать любые числа. Таблицу можно использовать для организации деятельности по выявлению закономерностей, составления числовых рядов, обсуждения вопросов о таблицах вообще и особенностях данной таблицы (например, почему таблицы составляют только для однозначных чисел, нет ли каких-либо интересных закономерностей в таблицах сложения чисел второго десятка, нечетных чисел, четных чисел первого, второго десятка и др.). К сожалению, собственно таблица редко становится предметом познания и ее огромный мотивационный, познавательный, развивающий потенциал реализуется слабо.

Возможности таблиц умножения/деления еще более значительны. На основе обнаруженных закономерностей по нескольким результатам умножения, найденным на основе предметных смыслов или на основе сложения, также могут быть заполнены все ячейки. Самые простые закономерности наблюдаются в каждой строке и столбце: каждое следующее число больше предыдущего на одно и то же число. Поэтому результаты умножения можно получить путем последовательного прибавления к данному однозначному числу, а затем к резуль-

тату такого сложения одного и того же слагаемого. Интересны последние столбец и строка этой таблицы. Уже первые три произведения, которые легко могут быть найдены сложением, позволяют увидеть, что сумма цифр¹ у каждого двузначного числа равна 9, что числа и цифры десятков задают последовательность 1, 2, 3, ..., а числа и цифры единиц — последовательность 9, 8, 7, ... Это позволяет предположить, что такая закономерность сохранится и далее. Тогда заполнение ячеек представляет собой написание двух последовательностей цифр или последовательную запись чисел из состава числа 9. В таблице числовые закономерности устанавливать легче, чем при другой форме представления.

Умение «устанавливать закономерность — правило, по которому составлена числовая последовательность, и составлять последовательность по заданному или самостоятельно выбранному правилу (увеличение/уменьшение числа на несколько единиц, увеличение/уменьшение числа в несколько раз)» [4, 61] является базовым, владение которым требует ФГОС НОО, поэтому работа с таблицами сложения/вычитания и умножения/деления должна вестись и в этом направлении. Для овладения табличными вычислительными умениями важно, чтобы и учитель, и учащиеся понимали причины, по которым вычисления называют табличными, их особый статус, заключающийся в том, что знания результатов сложения и умножения для всех пар однозначных чисел или умения находить эти результаты в таблице достаточно для того, чтобы сложить и умножить любые целые числа, а также найти разность и частное чисел, для которых эти действия выполнимы (в целых числах).

Устными вычислительными алгоритмами (приемами) принято называть такие алгоритмы, в состав операций которых не входят записи и операции с предметами, инструментами, вычислительными устройствами, что означает, что все операции могут быть выполнены устно. Это алгоритмы: прибавления единицы (сумма любого чис-

¹ Словосочетание *сумма цифр* используется в смысле *сумма однозначных чисел, обозначаемых первой и второй цифрами двузначного числа*. Используется для сокращения.



ла и единицы равна следующему числу); вычитания единицы (разность любого числа и единицы равна предыдущему числу); присчитывания и отсчитывания по единице; сложения на основе правила прибавления числа к сумме (сочетательного свойства сложения) и вычитания на основе правила вычитания числа из суммы; поразрядного сложения и поразрядного вычитания; умножения на основе правила умножения числа на сумму (распределительного свойства умножения относительно сложения); умножения на основе правила умножения числа на произведение (сочетательного свойства умножения); деления на основе правила деления суммы на число; сложения, вычитания, умножения и деления на основе зависимости изменения результата действия от изменений компонент действий (если одно слагаемое увеличить на несколько единиц, а другое уменьшить на столько же единиц, то сумма не изменится; если уменьшаемое и вычитаемое увеличить или уменьшить на одно и то же число, то разность не изменится; если один множитель увеличить, а второй уменьшить в одно и то же число раз, то произведение не изменится; если делимое и делитель увеличить или уменьшить в одно и то же число раз, то частное не изменится) и др.

Обратим внимание на слова *могут быть выполнены устно*. Это означает, что в устном вычислительном алгоритме нет операций записи, но нет и запрета на запись или другие действия, которые исполнителю помогают выполнить операции алгоритма. Исполнитель может сопровождать свои умственные действия любыми вспомогательными записями и действиями. В устном вычислительном алгоритме промежуточные и конечный результаты не зависят от формы записи. Например, алгоритм, с помощью которого выполнено вычитание $13 - 5$, может быть следующим: 1) $13 = 10 + 3$; 2) $5 - 3 = 2$; 3) $10 - 2 = 8$, значит, $13 - 5 = 8$ является устным вычислительным алгоритмом, так как ни одна из его операций не требует обязательной записи в определенной форме. В приведенном примере равенства можно записать в две или более строк или столбцов, можно записать все операции цепочкой $13 - 5 = (10 + 3) - 5 = 10 - (5 - 3) =$

$= 10 - 2 = 8$, кратко $13 - 5 = 8$, с использованием стрелок и вспомогательных линий.

Субъективно выполнение или невыполнение записи, ее форма влияют на успешность действий вычислителя (учащегося). Вычислять легче в сопровождении записи, так как она позволяет сохранять промежуточные результаты. Но запись может и мешать, тормозить процесс, например, когда у ученика не сформированы навыки письма или от него требуют громоздкой развернутой записи, форму которой он не запомнил, а смысл не понимает. В этих случаях трудности выполнения записи могут полностью «отключить» процесс вычисления. Такое очень часто случается у учащихся I–II классов. Записи могут мешать и тогда, когда вычислительные навыки находятся в стадии, близкой к автоматизму, когда вычисление в уме оказывается выполненным еще в процессе написания исходного числового выражения. Развернутые записи могут быть полезны и необходимы на этапе знакомства с устным вычислительным алгоритмом, но нельзя представлять учащимся запись как обязательную операцию устных вычислительных алгоритмов, тем более в какой-либо единственной форме, заданной учителем или учебником. Нужно приветствовать разнообразие форм записи, обсуждать назначение каждой записи, степень ее влияния на качество вычислений, оценивать степень соответствия формы записи ее назначению.

Запись вычислений при применении устных вычислительных алгоритмов может быть полезна при поиске закономерностей, конструировании нового алгоритма, включающего операции с графическими знаками. Так, умножая любое двузначное число, сумма цифр которого меньше 10, на 11 с помощью любого алгоритма и записывая, сравнивая запись отличного от 11 двузначного множителя с записью значения произведения, замечаем, что значением произведения всегда является трехзначное число, в записи которого первая и последняя цифры — это первая и вторая цифры двузначного числа, а цифра между ними — это цифра, обозначающая сумму цифр двузначного числа. Тогда для записи произведения можно выполнить всего одно арифметическое



действие — сложение цифр числа, а затем надо переписать цифры двузначного числа, вставив между ними сумму цифр двузначного множителя.

Записи при применении устных вычислительных алгоритмов могут быть предметом творчества учащихся, средством проявления понимания выполняемых вычислений, обнаружения свойств чисел и действий с ними, передачи способа вычислений другому ученику, средством познания себя (в ходе ответов на вопросы: «Какая запись мне удобнее, понятнее, приятнее? Почему? Чем эта запись для меня хуже, лучше, чем...? Нужна ли мне запись? Зачем мне может понадобиться такая запись? Какая запись поможет мне освоить этот алгоритм вычислений?» и т.п.), следовательно, и средством достижения метапредметных и личностных результатов.

Следует различать *устные вычислительные алгоритмы* и *устные вычисления*. *Устный вычислительный алгоритм* — это общий способ нахождения по двум данным числам третьего, заданный в виде алгоритма, среди операций которого нет операции записать. *Устные вычисления* или *вычисления в уме* — это вычисления, которые проводятся человеком без калькулятора, без записей или с записью только результата. На уроке математики их включают в устные упражнения. В устных вычислениях чаще всего используют устные вычислительные алгоритмы. Однако некоторые исполнители предпочитают письменные алгоритмы даже в устных вычислениях, мысленно выполняя соответствующие записи в столбик или уголком.

Письменными алгоритмами вычислений принято называть такие алгоритмы арифметических действий, в состав операций которых входит запись исходных чисел, промежуточных результатов и конечного результата в определенной форме. Существуют письменные алгоритмы всех четырех арифметических действий. Прежде всего, это известные алгоритмы сложения, вычитания, умножения в столбик, а также деление уголком. К письменным можно отнести и некоторые другие приемы, в которых запись является операцией алгоритма, как, например, алгоритм быстрого умножения

двузначного числа на 11, алгоритмы умножения на «единицу с нулями», т.е. числа 10, 100, 1000.

$$\begin{array}{r} + 235 \\ + 794 \\ \hline 1029 \end{array} \quad \begin{array}{r} - 2000 \\ - 431 \\ \hline 1569 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times 178 \\ \times 23 \\ \hline 534 \\ + 356 \\ \hline 4094 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 205174 \quad | \quad 41 \\ - 205 \quad | \quad 5004 \\ \hline 01 \\ - 0 \\ \hline 17 \\ - 0 \\ \hline 174 \\ - 164 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$25 \cdot 11 = 275 \\ \downarrow \\ 2 + 5$$

$$137 \cdot 1000 = 137\,000 \\ 760 \cdot 1000 = 760\,000$$

Выполнение устных, письменных и табличных вычислений — это мыслительная деятельность, где применение каждого алгоритма представляет действие, состоящее из ряда умственных операций. По мере освоения алгоритма это действие само может стать операцией другого вычислительного алгоритма. Мыслительная деятельность человека характеризуется сворачиваемостью мыслительных операций, заменой материальных или материализованных операций операциями со знаками, возможностью изменения первоначального плана действий и перехода на операции другого алгоритма. При выполнении безмашинных вычислений человек может менять характер своих действий в рамках одного алгоритма, например соединяя вместе несколько операций, может совершенствовать алгоритм, изобретая его варианты для отдельных случаев, а может и отказаться от первоначально планируемого алгоритма и заменить его другим. В некоторых случаях исполнитель, в том числе ученик, отказывается от следования алгоритму, так как находит результат мгновенно, как говорят, по памяти. Так, после запоминания результатов табличного сложения, вычитания, умножения, деления мы выполняем только одну операцию — достаем из памяти и называем результат.



Последняя группа вычислительных алгоритмов — *алгоритмы вычислений на калькуляторе*. Отметим, что при вычислениях на калькуляторе задействованы два вида алгоритмов. Один — это программы выполнения арифметического действия калькулятором, которые разрабатываются программистами, устанавливаются на компьютере, телефоне и других бытовых приборах с встроеным калькулятором или на специальном устройстве (калькуляторе). Алгоритмы второго вида — это алгоритмы действий пользователя по запуску программы и считывания результата работы устройства в соответствии с программой. Они состоят из операций ввода данных, вывода результата и его считывания. Мы будем говорить об алгоритмах второго вида.

Выполнение арифметических действий с помощью калькулятора — это физические, механические действия ввода исходных чисел, знака требуемой операции нажатием клавиш и чтения результата — числа. Пользователь и в первый, и в миллионный раз выполняет одно и то же арифметическое действие одинаково, увеличивая разве что скорость нажатия клавиш. Негласно считается, что вычисления на калькуляторе не требуют специального рассмотрения ввиду простоты, да и привлечь к ним внимание ни к чему. Однако для того чтобы калькуляторные вычисления не мешали, а помогали формированию умений выполнять вычисления устно и письменно, способствовали достижению метапредметных и личностных результатов, необходимо найти такие их характеристики, которые позволили бы решать названные задачи.

Такой характеристикой является возможность ошибок при выполнении действий на калькуляторе и необходимость владения приемами прикидки и оценки результата. Ошибочные результаты при вычислениях на калькуляторе обусловлены человеческим фактором: неправильный набор исходных чисел и (или) знака действия из-за неправильного восприятия исходных данных, нечаянного нажатия не той клавиши, двойного нажатия клавиши, нажатия сразу нескольких клавиш, залипание клавиши, пропуск какого-либо знака и др. По-

скольку исключить такие ошибки нельзя, то при считывании результата вычислений на калькуляторе необходимо каждый раз оценивать его правдоподобность. Контроль и оценка необходимы и в других видах вычислений. Владение вычислительными умениями подразумевает умение контролировать и оценивать ход и результат вычислений. Основным и едва ли не единственным приемом проверки калькуляторных вычислений является предварительная прикидка результата с последующей оценкой полученного ответа. В целом роль прикидки и оценки не только вычислений, но и других действий в современном мире возрастает.

Обучение приемам прогнозирования — прикидки и оценки результатов любых вычислений наряду с использованием (не частым) калькулятора при самопроверке результатов устных и письменных вычислений — это то, что может включить калькуляторные вычисления в процесс формирования устных и письменных вычислительных умений. Прикидка и оценка во ФГОС НОО названы в числе основных требуемых предметных результатов образовательной области «Математика и информатика». Обучение приемам прикидки и оценки таит в себе богатейшие возможности развития личностных качеств, готовит учащихся к жизни в стремительно меняющемся информационном обществе, принятию решений на основе неполной информации.

Завершая, отметим, что процесс формирования вычислительных умений — сложный и многогранный. Он должен основываться на понимании арифметических действий, поэтому последовательность и характер изучения арифметических действий должны быть такими, чтобы при введении действия учащиеся искали ответы на вопрос «*Что* такое сложение (вычитание, умножение, деление)?», а после получения ответов и овладения смыслами действия у них появились бы вопросы: «*Как* по двум данным числам находить результаты сложения (вычитания, умножения, деления)?» и «*Как* научиться находить результаты сложения (вычитания, умножения, деления)?».



ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Бантова М.А. Система вычислительных навыков // Начальная школа. 1993. № 11.
2. Макаренков Ю.А., Столяр А.А. Что такое алгоритм? Минск, 1989.
3. Математический энциклопедический словарь. М., 1988.

4. Примерная основная образовательная программа начального общего образования. URL: <http://минобрнауки.рф>.

5. Стойлова Л.П. Математика: Учеб. для студентов высш. пед. учеб. заведений. М., 2007.

6. Федеральный государственный образовательный стандарт начального общего образования. М., 2010.

Пошаговые алгоритмы при обучении математике

А.М. ЧЕРКАСОВА,

аспирант, Астраханский государственный университет

Одной из важных задач учителя в современной школе является развитие познавательной самостоятельности школьников при обучении различным предметам, среди которых значительное место занимает математика. Этот процесс начинается в начальной школе, так как свойственные младшим школьникам стремление к подражанию, ответственность, желание что-то сделать самим создают благоприятные условия для развития познавательной самостоятельности учащихся.

В научной литературе можно встретить различные определения понятия *познавательная самостоятельность*.

Н.Г. Алексеев под познавательной самостоятельностью понимает «свойство личности, характеризующееся двумя взаимосвязанными факторами: совокупностью средств — знаний, умений и навыков, которыми обладает личность, и ее отношением к процессу деятельности, ее результатам и условиям осуществления, а также к складывающимся связям с другими людьми» [1, 785]¹.

На наш взгляд, наиболее полно сущность понятия *познавательная самостоятельность* раскрыта Т.И. Шамовой, которая рассматривает данное понятие как интегративное качество личности, связанное

«с воспитанием положительных мотивов к учению, формированием системы знаний и способов деятельности по их применению и приобретению новых, а также с напряжением волевых усилий» [4, 69].

Анализ уроков математики в начальной школе позволяет сделать вывод, что учителя часто не осознают значимости развития познавательной самостоятельности учащихся и одновременно жалуются на то, что школьники несамостоятельны. Наблюдаются два пути поведения учителей: либо предложение готовых решений для выполнения буквальной подражательности, либо жесткое требование «Делай сам!». Ни тем, ни другим путем нельзя добиться самостоятельности школьников. В первом случае ученику даже не приходится думать, он выполняет задание по готовому образцу. Во втором при возникновении трудностей ему требуется помощь, отсутствие которой влечет за собой потерю желания выполнять задание.

Анализируя проблемы развития учеников, известный психолог Л.С. Выготский писал, что способность самостоятельно решать те или иные учебные задачи является показателем уже усвоенных знаний и умений. Обнаруживается то, что школьник знает и умеет на сегодняшний день, т.е. уровень

¹ В квадратных скобках указан номер работы и страницы в ней из списка «Использованная литература». — *Ред.*