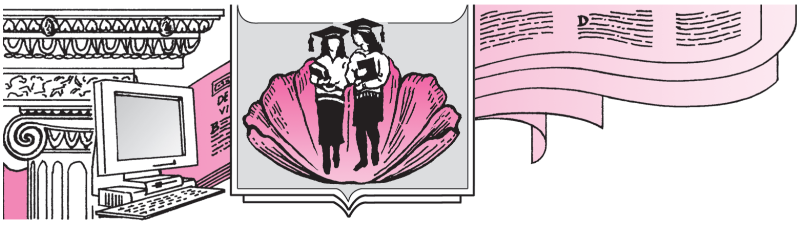


Системы счисления в математической и методической подготовке будущего учителя

С.Е. ЦАРЕВА,
кандидат педагогических наук, профессор, Новосибирский государственный педагогический университет

В поддержку изучения системы счисления на основе общего подхода [1][1] осмыслим содержание этой темы с позиций общих методологических подходов к обучению вообще и в частности к обучению математике. В качестве таких подходов примем положения гуманитаризации образования, личностно-ориентированного обучения и компетентностного подхода как определяющие развитие современного российского образования. Кратко сформулируем соответствующие положения.

- Личностно-ориентированное обучение — обучение, в котором изучаемое имеет личностную значимость для обучаемого [12], что возможно только на основе гуманитаризации образования.
- Гуманитаризация образования — это включение во все его компоненты гуманитарной составляющей, придающей знанию характер «личностного переживания» [5].
- Гуманитарная составляющая содержания учебного предмета — знание о человеке, которое присутствует в каждом конкретном элементе содержания учебного предмета (понятии, термине, символе, определении, описании, утверждении). Понимание гуманитарной составляющей предметного знания — это понимание того, что любое знание, в том числе знание математическое, есть ответ на вопрос или вопросы, которые возникали и возникают у людей в процессе реализации материальных и духовных потребностей, в процессе проявления сущности человека, сочетающего в себе материальные и духовные начала [8, 9].
- Образование будет созданием образа себя в мире и образа мира в себе [2], а его содержание станет личностно значимым для обучающегося, если учитель, а вместе с ним и ученик будут рассматривать любое изучаемое понятие, свойство, способ действия, утверждение как ответ на вопрос, который может возникнуть у нас как решение проблемы, которая может быть и нашей проблемой.
- Изучение систем счисления будущими учителями начальных классов (равно как и соответствующих тем учащимися начальных классов) должно включать в себя поиск и конструирование вопросов, ответом на которые стало изобретение способов обозначения чисел. Это возможно на основе субъектного опыта обучающихся, его согласования с общественным [12], опытом, отражен-

[1] В квадратных скобках указан номер работы из списка «Использованная литература». — *Ред.*

ным, в терминах, определениях, утверждениях, способах действий темы «Системы счисления».

- Цель изучения учебных дисциплин в учреждениях профессионального образования — обеспечить уровень профессиональной компетентности обучаемых, достаточный для эффективного осуществления профессиональной деятельности и, в частности, деятельности развивающего, воспитывающего и здоровьесберегающего обучения математике.
- Цель обучения математике — формирование у обучающихся способности ставить вопросы о мире и искать ответы на них, конструируя и используя наиболее общие, математические способы обозначения действий и результатов.

Приобретая характер личностного переживания, знания формируют личностные компетенции, такие, как готовность и способность найти свое «Я», позитивно, успешно и ответственно строить свою жизнь в духовном и физическом смыслах. Личностные компетенции взрослого проявляются в характере и уровне мотивационно-личностной готовности к профессиональной деятельности, а личностные компетенции школьника — в готовности повышать уровень своей личностной компетентности с помощью содержания учебного предмета и процесса его изучения.

Системы счисления — раздел математики, в котором представлено описание способов обозначения любых конкретных количественных отношений такими материальными знаками — цифрами (написание чисел) и словами (чтение цифровых записей чисел), которые позволяют сохранять информацию, сравнивать количественные характеристики объектов и определять количественные характеристики результатов действий с реальными объектами на основе несложных процедур сравнения последовательностей знаков (цифровых записей чисел) и процедур нахождения по двум данным знакам третьего (действий с числами).

Обратимся к содержанию рассматриваемого раздела математики. Прежде всего, определим те вопросы, ответом на которые оно явилось.

Известно, что количественные отношения имеют огромное значение в жизни человека и общества. Понятия *равенства* (равно) и *неравенства* (меньше, больше), обозначающие различные способы и результаты установления количественных отношений между группами предметов, между предметами, были выработаны давно. Данные отношения выражаются во многих словах и словосочетаниях современного русского языка, например: *столько же, поровну, равное количество, такой же по длине (площади, массе...); одинаковой длины (площади, массы...)* и *не столько же, не поровну, не равно, больше, меньше, не такой длины (площади, массы...), не поровну, легче, тяжелее, дальше, ближе, глубже, мельче* и др.

Умение передавать друг другу информацию о количественных отношениях является основой сотрудничества людей, необходимым условием разделения труда и повышения его производительности. В естественных языках есть много слов и грамматических категорий, которые выражают эти отношения применительно к конкретным ситуациям. Однако нужны еще и такие графические знаки, чтобы по информации об одних количественных отношениях и характеристиках объектов можно было, не прибегая к опыту, а лишь действуя со знаками, получить информацию о других отношениях и характеристиках. Количественных отношений бесконечно много, а множество знаков для их обозначения должно быть конечным и небольшим, так как эти знаки и их значения должны запомнить многие люди. Поэтому основными вопросами (в поисках ответа на которые изобретены все известные в настоящее время способы обозначения конкретных количеств, представленные в разделе «Системы счисления») были различные варианты вопроса, который в современной формулировке может звучать так: «Как с помощью конечного числа знаков обозначить бесконечное разнообразие количественных отношений реального мира?» В ходе проведения занятий с будущими учителями данный вопрос формулируется в диалоге со студентами, а затем разворачивается в новые вопросы и поиск ответов на них. Благодаря этому преподавателю вместе со студентами удается (в некотором приближенном и свернутом виде) мысленно пройти путь изобретения систем счисления. Покажем один из возможных вариантов такой работы.

— Представим, что привычные способы письменного обозначения количественных отношений с помощью десяти цифр отменены [10]. Можно ли обойтись вообще без подобных обозначений? Очевидно, что нет. Жизнь требует сохранять и передавать другим информацию о разнообразных количествах как устно, так и в записи. Причем цифр — графических знаков для обозначения конкретных количеств — должно быть немного. В используемой человечеством уже многие сотни лет системе используется всего десять цифр. Является ли необходимым именно такое количество цифр для обозначения количественных отношений? Можно предположить, что нет. Единственно ли возможным является такое начертание цифр, какое имеют современные цифры? Тоже нет. Даже сегодня мы иногда пользуемся римскими цифрами. Из истории известно, что существовали вавилонские, славянские цифры, цифры племен майя и многие другие. Мы можем придумать и свои.

В результате обсуждения формулируются требования к цифрам: они должны быть просты в написании и хорошо различимы по внешнему виду.

— Предположим мы решили, что в новой системе счисления будет всего четыре цифры. Придумаем их. Каждый может придумать свои цифры. В рамках компьютерного текста удобно взять, например, такие символы: △, ◊, Ω, ☼. Чтобы знаки стали цифрами, нужно придать им определенные значения, т.е. указать, какое количественное отношение обозначает каждый знак. В результате каждая цифра будет представлять однозначное число. Однозначных чисел столько, сколько цифр. Каждое однозначное число обозначает определенное количественное отношение. Зависят ли свойства системы от того, какие количества будут обозначать однозначные числа?

Ответ получается в ходе конструирования системы счисления с разным набором значений цифр, которые в режиме on-line возникают у их авторов.

Вот некоторые из вариантов, которые чаще всего задавались нашими студентами.

Вариант 1:

△	5	◊	10	Ω	50	☼	100

Вариант 2:

△	1	◊	5	Ω	10	☼	20

Вариант 3:

△	1	◊	2	Ω	3	☼	4

Заметим, что учащиеся начальных классов при обсуждении тех же вопросов чаще всего предлагали вариант 4:

△	0	◊	1	Ω	2	☼	3

— Теперь для каждого варианта нужно выработать правила обозначения других количеств предметов. Будем последовательно конструировать обозначения конкретных количеств, обобщая способы такого обозначения, перенося их на другие количества. Нагляднее это делать на примере дискретной величины, характеризующей количество «штук» предметов в группе[1]. Предметы представим черточками.

Проанализируем вариант 1. Пусть имеется столько предметов: |. (Информация о

[1] Мы даем уточняющее слово «штук» как основание для сравнения. Ведь группу материальных объектов можно оценивать количественно по многим основаниям, а не только по признаку, получившему в математике название *мощность множества*. Так, например, количественной характеристикой некоторой совокупности яблок может быть ответ на разные вопросы: «Сколько штук яблок?», «Какова масса яблок?», «Сколько ведер яблок собрали?» Когда мы работаем не с абстрактным математическим объектом — множеством, а с набором реальных, хотя и мысленно представляемых материальных предметов, то такое уточнение признака важно для понимания смысла предметных действий и количественных отношений и оценок. В тексте статьи материальные предметы представлены вертикальными черточками, которые могут быть поняты как образы любых материальных тел, например, как образы счетных палочек, карандашей, книжек и т.д.

количестве «штук» предметов дана подобным образом для того, чтобы смоделировать процесс создания системы счисления, когда на начало работы еще не выработаны способы обозначения количественных отношений.) Проблемы начинаются сразу: в этом варианте нет цифры для обозначения такого количества предметов. Минимальное количество предметов ||||| обозначено цифрой △. Значит, такое количество предметов (|) придется обозначать несколькими цифрами. «Считывать» по записи нескольких цифр это количество можно, выполняя действия со значениями цифр, подобно тому, как это делается в римской нумерации (XIX — это число, равное 10 + 10 – 1.) Чтобы из предметов ||||| получить столько предметов |, можно было бы убрать ||||, назвав обозначение этого действия вычитанием соответствующих чисел. Однако цифры, обозначающей количество «вычитаемых» предметов, нет. Тогда единственно возможным действием, дающим в результате единицу, будет деление числа самого на себя. Тогда запись должна содержать две цифры △, расположенные, например, так △ △ или одна над другой (на компьютере сделать это сложно), где запись будет пониматься как результат деления числа △ на само себя. Для количеств предметов ||, |||, |||| трудности усиливаются. И записи, и правила чтения этих записей очень громоздки. После попыток обозначить первые несколько чисел становится понятно: в построении удобной системы счисления важно, какие количества будут обозначены однозначными числами.

Вариант 2 кажется более приемлемым. Так, количество предметов | может быть обозначено △, || — △ △, ||| — △ △ △, а |||| — как △ ◊ (по аналогии с римской нумерацией прочитываемое как значение разности 5 – 1), ||||| — ◊, |||||| — ◊ △ (значение получается суммированием значений цифр), ||||||| — ◊ △ △ и т.д. Чем хороша эта система? В ней несложные правила чтения — как в римской нумерации. Чем плоха эта система? Например, тем, что, как и в римской, и в славянской системах счисления, использовавшихся на Руси вплоть до начала XVIII в., большее число может содержать меньше знаков. В результате сравнение чисел возможно только на основе физического действия сравнения соответствующих предметов (по «штукам», по длине, по площади и т.п.). С увеличением длины записи числа его расшифровка, выполнение арифметических действий становятся очень трудным делом. Настолько трудным, что, как сообщает Д.Д. Галанин [3], монаха Кирика причислили к лику святых за многие его благие деяния и заслуги, среди которых было названо и умение выполнять четыре арифметических действия.

Вариант 3 кажется неплохим, но все попытки записать с помощью цифр с такими значениями любые количества вновь приводят к системе, похожей на римскую нумерацию. Исключение составляет способ записи числа цифрами, который Б.В. Гнеденко [4] назвал древнейшей позиционной системой счисления в истории математики, а студентка Юля К., не знающая ничего о том, что написал Б.В. Гнеденко, изобрела его, решая рассматриваемую проблему на одном из занятий. Юля предложила записывать цифры на специальных горизонтальных линиях. Количество предметов, обозначаемое одной цифрой, записывается, например, на первой линии сверху. Добавив еще один предмет, получим количество, для которого уже нет отдельного знака (цифры). Это количество обозначим той же цифрой, которой обозначили один предмет, но расположим его на следующей линейке. Это количество предметов и служит новой счетной единицей. Фактически Юля изобрела абак или разрядную таблицу. (Если линии заменить металлическими стержнями, то получатся счеты.) Способ обозначения чисел здесь уже позиционный (значение цифры зависит от места, которое она занимает в записи числа), а функцию нуля выполняет пустая линейка.

Пробуя изобрести удобный способ обозначения разнообразных количеств конечным числом графических знаков, «прожив» трудности решения этой задачи, студенты понимают, что, сохраняя значение каждой цифры неизменным, удобный способ найти не удается. Сравнивая свои системы счисления с десятичной, они не сразу понимают, что в изобретенных цифрах чего-то недостает, чтобы могла получиться система, не менее удобная, чем десятичная. «Точкой удивления» служит факт, сообщенный преподавателем или открытый самостоятельно: не хватает нуля! Изобретение нуля — знака того, чего нет, — это гениальное изобретение, которое и позволило создать позиционные системы обозначения чисел.

Рассмотрим вариант 4: △ — 0, ◊ — 1, Ω — 2, ☼ — 3. Эта последовательность отличается от привычной последовательности начального отрезка ряда целых неотрицательных чисел только внешним видом цифр. Поэтому для удобства считывания информации будем записывать представляемые количества как «новыми» цифрами, так и «старыми», привычными — 0, 1, 2, 3.

Представим себе, что нам надо с помощью цифр описать ситуацию, когда предметов нет.

Предложение содержит отрицание. С изобретением нуля можно воспользоваться языковой конструкцией без отрицания: «У меня предметов △ (ноль)». Такой способ сообщения информации психологически более комфортен. А может быть, причиной изобретения нуля и стало стремление людей к смягчению отрицания? Интересно, что «Пифагор не считал ноль числом. В его учении ноль был источником всех чисел, Абсолютом, соединяющим дух и материю. Символом этого не-числа служит Круг, Кольцо» [6, *20*].

Такие психологические экскурсы важны в подготовке педагога, в профессиональные обязанности которого входит организация первой встречи дошкольника и младшего школьника с языком математики. Эта встреча окажет позитивное воздействие на личность ребенка, на его настоящее и будущее отношение к миру, к себе и математике, если элементы языка математики станут для него расширением родного языка, если они будут положительно эмоционально окрашены. Еще великий А. Пуанкаре сказал, что обучение математике должно быть психологическим [7].

— Продолжим рассуждения. Пусть у нас теперь столько предметов |. Цифра для такого количества есть. Это ◊ или 1. Количества предметов || и ||| тоже могут быть обозначены одной цифрой изобретаемой нами системы: || — Ω или 2, ||| — ☼ или 3. Для набора же предметов |||| цифры, обозначающей их количество, нет, а никакими другими цифрами мы договорились не пользоваться. Как быть? Какой выход предложите вы? А что, если «увязать» эти предметы в связку, в пучок, вот так: ǂǂǂǂ? Как тогда можно ответить на вопрос «Сколько предметов?».

Среди разных ответов студентов будет и такой: «Одна связка. Один пучок».

Связка (пучок) выступает теперь как отдельный предмет. А для такого количества у нас цифра есть: ◊ или 1. Значит, можно обозначить количество предметов |||| цифрой ◊ или 1? С одной стороны — да, можем. С другой стороны — нет, не можем. Ведь как тогда отличить, когда ◊ (1) обозначает такое количество предметов |, а когда такое ||||, пусть и увязанных в пучок ǂǂǂǂ?

Поступает предложение: поставить какую-нибудь метку, по которой бы мы узнавали, когда цифра ◊ (1) обозначает не | предметов, а столько ǂǂǂǂ.

— Такой меткой может быть ноль. Приставим его слева или справа к цифре ◊ (1) как метку. Лучше справа, так как метки при письме слева направо обычно ставят справа. Получим запись: ◊ △ или 10. Чтобы последнюю запись 10 нам не прочитать как десять, поставим еще одну метку — пометим, что это запись с использованием только четырех цифр. Эту метку принято ставить таким образом: $10_{(4)}$. Цифра ◊ (1) в записях ◊ △ ($10_{(4)}$) обозначает число четыре — *одна четверка*, по аналогии с *один десяток*. У нас появилась новая счетная единица — *четверка*.

Продолжим построение. Такое количество предметов ||||| представим, выделяя четверки: ǂǂǂǂ|. Тогда назвать это количество можно как *одна* четверка предметов и один предмет. Дважды названо число *один*. Есть смысл и записать это число двумя единицами: ◊◊ или так: $11_{(4)}$.

Продолжая аналогичные действия и рассуждения, мы получим вполне приемлемую позиционную систему записи чисел, которая получила название *четверичной*. Студенты, как и учащиеся начальной школы при моделировании ситуации с помощью реальных или воображаемых счетных палочек, легко справляются с обозначением увеличивающегося числа предметов. В результате может получиться таблица.

Предметы	Обозначение с помощью четырех новых цифр	Обозначение с помощью четырех обычных цифр	Обозначение в десятичной системе
	△	$0_{(4)}$	0
|	◊	$1_{(4)}$	1
||	Ω	$2_{(4)}$	2
|||	☼	$3_{(4)}$	3
卌	◊△	$10_{(4)}$	4
卌 |	◊ ◊	$11_{(4)}$	5
卌 ||	◊Ω	$12_{(4)}$	6
卌 |||	◊☼	$13_{(4)}$	7
卌 卌	Ω △	$20_{(4)}$	8
卌 卌 |	Ω ◊	$21_{(4)}$	9
卌 卌 ||	Ω Ω	$22_{(4)}$	10
卌 卌 |||	Ω ☼	$23_{(4)}$	11
卌 卌 卌	☼△	$30_{(4)}$	12
卌 卌 卌 |	☼◊	$31_{(4)}$	13
卌 卌 卌 ||	☼Ω	$32_{(4)}$	14
卌 卌 卌 |||	☼	$33_{(4)}$	15
卌 卌 卌 卌	◊ △ △	$100_{(4)}$	16
卌 卌 卌 卌 |	◊ △ ◊	$101_{(4)}$	17
卌 卌 卌 卌 ||	◊ △ Ω	$102_{(4)}$	18
...	◊ △ ☼	$103_{(4)}$	19
...	◊ ◊ △	$110_{(4)}$	20
...	◊ ◊ ◊	$111_{(4)}$	21

Выявляя свойства полученной системы счисления, легко вводится понятие *основание системы счисления*, его общепринятое обозначение p, обобщенная позиционная запись n-значного числа $a_{n-1}\, a_{n-2} \ldots a_2\, a_1\, a_{0(p)}$ в произвольной позиционной системе счисления с основанием p. Данная запись расшифровывается в канонической записи, расположенной в нижеследующем равенстве справа от знака равно. Запись можно понимать как сумму разрядных слагаемых, записанную в форме, подчеркивающей мультипликативно-аддитивный принцип позиционных систем:

$$a_{n-1}\, a_{n-2} \ldots a_2\, a_1\, a_{0(p)} = a_{n-1} \cdot p^{n-1} + a_{n-2} \cdot p^{n-2} + \ldots + a_2 \cdot p^2 + a_1 \cdot p^1 + a_0 \cdot p^0$$

Каноническая запись позволяет в точности воспроизвести обозначенное количественное отношение. Для того чтобы студенты получили опыт такого воспроизведения, можно предложить им выполнить разные задания, два из которых представлены ниже.

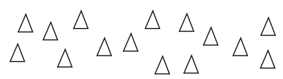
З а д а н и е 1. Представьте себя в роли сотрудника магазина оптовых продаж, в котором количество товара записывается в восьмеричной (троичной; двенадцатеричной и т.п.) системе. Пусть одним из товаров будут тетради. Как отобрать для покупателя $20457342_{(8)}$ ($20112110_{(3)}$ и т.п.) тетрадей?

Подсказка. Начнем считывать количество справа. Возьмем 2 тетради. Затем сформируем пачки по 8 тетрадей и возьмем 4 таких пачки, затем из пачек по 8 тетрадей сформируем новые пачки по 8 и возьмем 3 таких пачки и т.д. Для того чтобы выполнить эту работу быстрее, можно заранее упаковать имеющиеся тетради в пачки по 8, по 8^2, по 8^3 и т. д. и разместить каждый вид пачек в специальные контейнеры, а в один из контейнеров поместить тетради россыпью. Тогда отбирать нужное количество товара будет удобнее.

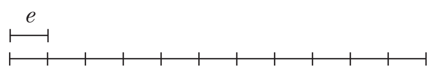
Аналогично действуем при обозначении количества товара в любой позиционной системе. Меняется только количество тетрадей в пачке.

З а д а н и е 2. Обозначьте с помощью цифр позиционной системы числовые характеристики, заданные рисунками (без предварительного обозначения в десятичной системе).

а) В пятеричной системе счисления:



б) в двоичной системе:



Такая предметная и деятельностная основа понятия позиционной системы позволяет студентам так понять устройство любой системы счисления, в том числе десятичной, что они в состоянии выявить ее свойства самостоятельно. Какие свойства могут интересовать будущих учителей начальных классов? Прежде всего, те, которые позволят определять отношения *больше — меньше — равно* (между соответствующими числам объектами) по внешнему виду записанных чисел.

С этой целью преподаватель может задать следующие группы вопросов.

1. Как задать отношения *больше — меньше — равно* между числами так, чтобы они отражали соответствующие отношения между объектами, обозначенными числами? Как по внешнему виду чисел, по позиционной записи определить, равны они или нет. Если не равны, то как по внешнему виду определить, какое число больше, а какое — меньше?

2. Как выполнять арифметические действия с числами, которые являются количественной характеристикой объектов, полученных в результате определенных действий с другими объектами (не выполняя реально эти действия с предметами)?

Если перейти на «внутренний» язык системы счисления, то при поиске ответов на данные вопросы задача студентов состоит в разработке способов сравнения (установление отношений *больше — меньше — равно*) и способов выполнения арифметических действий с числами, записанными в позиционной системе. Они в состоянии решить обе задачи самостоятельно на основе аналогии с десятичной системой с последующим обсуждением результатов на занятии и выполнением соответствующих заданий, примеры которых приведены ниже.

Задание 1. Переведите из пятеричной системы в десятичную число $20321_{(5)}$. Переведите из десятичной системы в семеричную число 87501.

Задание 2. Сформулируйте признаки делимости в двенадцатеричной системе счисления; в восьмеричной системе счисления.

Третья группа вопросов связана с установлением отношений делимости: «Как, не выполняя деления, по внешнему виду числа узнать, делится ли оно нацело на данное число, или нет?» Положительный ответ дан только для нескольких делителей. Зависит ли ответ от того, в какой системе будут записаны числа? Известно, что в десятичной системе разработаны признаки делимости на 2, 4, 3, 5, 9, 10, 25. Почему нет (может быть, просто не рассматриваются в школе?) признаков делимости на 7, 11?

Вспомним основные из известных со школы признаков делимости:

1) число (записанное в десятичной системе) *делится нацело на 2* тогда и только тогда, когда *оканчивается «четной» цифрой* — 0, 2, 4, 6, 8;

2) число (записанное в десятичной системе) *делится нацело на 5* тогда и только тогда, когда *оканчивается цифрой 0 или 5;*

3) число (записанное в десятичной системе) *делится нацело на 10* тогда и только тогда, *когда оканчивается цифрой* 0;

4) число *делится нацело на 3* тогда и только тогда, когда сумма *цифр десятичной записи числа нацело делится на 3*;

5) число *делится нацело на 9* тогда и только тогда, когда *сумма цифр десятичной записи числа нацело делится на 9*.

Заметим, что признаки делимости на 2, 5 и 10 формулируются одинаково. Делимость чисел на эти делители определяется по последней цифре десятичной записи. Одинаково формулируются и признаки делимости на 3 и 9. Делимость на них определяется по сумме цифр десятичной записи. Резонно предположить, что числа 2, 5 и 10 как-то связаны между собой, равно как и числа 3 и 9. Разгадка находится, если мы заметим, что эта связь существует в рамках именно десятичной записи чисел: ведь последняя цифра в записи числа и сумма цифр в записи числа зависят от позиционной системы, в которой сделана запись. Отличие одной позиционной системы от другой заключено в ее основании. Признаки, сформулированные выше, относятся к десятичной системе, основанием которой является число 10.

Под руководством преподавателя студенты замечают, что 2, 5, 10 — это делители числа 10, а при делении 10 на 3 и 9 получается один и тот же остаток, равный 1.

Тогда легко сформулировать аналогичные признаки делимости в других системах счисления. Например, по делимости последней цифры в двенадцатеричной записи числа можно определить делимость числа на 2, 3, 4, 6 и 12, а по сумме цифр — делимость на 11. В девятеричной системе по последней цифре можно определить делимость на 3 и 9, а по сумме цифр — делимость на 2, 4 и 8. Это открытие кажется удивительным! И «сухая» математика действительно становится личностным переживанием. У учителя, пережившего это, никогда не будет скучных уроков математики. Доказательства признаков делимости можно выполнять на разных уровнях: а) для конкретного числа, записанного в заданной позиционной системе; в общем виде для заданной системы; б) в общем виде для любой позиционной системы.

На основе изученных таким образом сведений о системах счисления нами проектируются возможные варианты рассмотрения вопросов обозначения чисел в начальной школе. Отметим, что эти варианты всегда очень интересны и профессиональны.

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. *Быкова Т.Л.* Изучение темы «Системы счисления» в курсе математики на факультете начальных классов // Начальная школа. 2007. № 12.

2. *Гадамер Х.-Г.* Истина и метод. М., 1988.

3. *Галанин Д.Д.* История методических идей по арифметике в России. Ч. I. XVIII век. М., 1915.

4. *Гнеденко Б.В.* Знание истории науки — преподавателю школы // Математика в школе. 1993. № 3.

5. *Зинченко В.П.* Человек развивающийся: Очерки российской психологии. М., 1994.

6. Матрица до нашей эры // Чудеса и тайны планеты Земля. 2008. № 3 (63).

7. *Пуанкаре А.* О науке: Пер. с фр. М., 1990.

8. *Царева С.Е.* Гуманитаризация образования как социальная и педагогическая проблема // Вопросы совершенствования профессиональной подготовки учителя на современном этапе развития высшей школы. Новосибирск, 1997.

9. *Царева С.Е.* Гуманитаризация содержания образования: сущность, пути и средства реализации // Там же.

10. *Царева С.Е.* Гуманитарные аспекты изучения нумерации чисел // Начальная школа. 1996. № 1.

11. *Царева С.Е.* Величины в начальном обучении математике: Рекомендовано в качестве учеб. пос. для студентов подготовки учителей нач. классов УМО по пед. специальностям. Новосибирск, 1997.

12. *Якиманская И.С.* Требования к учебным программам, ориентированным на личностное развитие школьников // Вопросы психологии. 1994. № 2.

В СЛЕДУЮЩЕМ НОМЕРЕ:

- Методы проблемного обучения детей дошкольного возраста (Л.Н. Вахрушева)
- Изучение отношения младших школьников к обучению (О.Е. Шаповалова)
- Воспитание нравственности: вопросы и решения (Г.И. Тарасова, Т.Л. Лапшина, Е.В. Власова, Е.М. Соломатина)
- Задачи на распознавание в начальном курсе математики (Л.П. Стойлова, И.А. Полунина)
- Работа с картографическими текстами на уроках предмета «окружающий мир» (М.С. Смирнова)
- Этнокультурная составляющая вариативной части учебного плана (Л.И. Зыкова, Ф.Г. Кируева и др.)
- Работа с родителями (Е.Н. Сысоева, З.Н. Холина)

Изготовление оригинал-макета, компьютерная верстка — ООО «Медиа-Пресс». ООО «Издательство «Начальная школа и образование», 121552, ул. Ярцевская, 29-2-41.

Отпечатано в полном соответствии с качеством предоставленных диапозитивов в ОАО «Чеховский п/к». 142300, Московская область, ул. Полиграфистов, д. 1.

Сдано в набор 10.10.09. Подписано в печать 10.11.09. Формат 70×100 $^1/_{16}$. Бумага офсетная № 1. Печать офсетная. Тираж экз. Заказ №