# Понятие «скорость» в методико-математической подготовке будущих учителей начальной школы

**_С. Е. ЦАРЕВА,_**
_профессор, заведующая кафедрой математики, информатики и методики обучения НГПУ_

Для того чтобы образовательные, воспитательные и развивающие возможности изучения понятия «скорость» могли быть реализованы в школьном обучении, учителю необходимо глубоко разбираться в содержании обсуждаемого понятия. Помочь в этом – цель данной статьи, представляющей часть соответствующей главы учебного пособия «Величины в начальной школе», которое выходит вскоре из печати.

***Скорость – это величина, характеризующая изменения во времени.*** Попробуем разобраться в ее сущности.

При ходьбе с течением времени меняется положение идущего относительно места, с которого он начал движение или с которого нас начало интересовать это движение. Изменяется и длина пройденного пути: она увеличивается. При чтении увеличивается количество прочитанных слов. При еде меняется количество съеденной пищи. Можно поэтому говорить о скорости ходьбы, скорости чтения, скорости еды.

Количество изменения, произошедшего за некоторый промежуток времени, может быть оценено по разным основаниям и в разных единицах. Изменение положения движущегося относительно земли тела – по длине пути в метрах, километрах, в шагах и т.п. Изменение количества прочитанных слов при чтении – по числу произнесенных слов. Изменения при еде – по «штукам» (если речь идет, например, о яблоках), по

Понятие «скорость» – важнейшее понятие физики. Используется оно и во многих других науках, например, в химии, астрономии, психологии, медицине, биологии. В математике понятие «скорость» рассматривается в связи с тем, что входит в содержание многих прикладных математических задач. В частности, оно является основным в содержании задач на движение. Умение решать задачи на движение является обязательным как в начальной, так и средней школе.

Рассматриваемое понятие имеет и глубокий мировоззренческий смысл, так как является важнейшей характеристикой любого изменения, движения во времени.

От уровня понимания сущности понятия «скорость» поэтому зависит не только качество умения решать соответствующие задачи, но и глубина понимания мира, мировоззрение.

массе – в порциях, граммах, по объему – в стаканах, ложках, литрах и других единицах.

Скоростью характеризуются также химические реакции, речь, процессы старения, роста ребенка, мыслительные процессы, выполнение той или иной работы (в этом случае скорость называют производительностью труда) и многое другое.

По скорости, как и по другим величинам, можно сравнивать протекающие во времени процессы. Однако есть существенные различия в способах непосредственного сравнения скорости и способах непосредственного, прямого сравнения большинства других величин, изучаемых в школьном курсе математики. Скорость – величина, производная от двух величин: величины изменения и времени этого изменения. Непосредственное сравнение скорости – это непосредственное сравнение «количеств изменения» и непосредственное сравнение соответствующих промежутков времени.

**Сравнение процессов по скорости** может происходить на уровне установления отношений ***больше, меньше, равно*** и на уровне ***измерения.*** В первом случае результат сравнения выражается словами *быстрее, медленнее, скорее, с одинаковой (разной) скоростью, одинаково (не одинаково) быстро* и др. Известно, что для установления отношений *больше, меньше, равно* обязательно выделение основания сравнения – признака, свойства. Скорость является одним из свойств, которое может быть основанием для установления отношений *равно, больше, меньше* между процессами, явлениями. В речи такие отношения обычно выражаются словами *быстрее, медленнее, с той же скоростью*.

При **измерении** скорости сравниваемых процессов проводится сопоставление с *единицей скорости*, т.е. со скоростью процесса, который выбран в качестве меры, эталона. В результате каждому процессу ставится в соответствие единственное для данной единицы измерения число – *числовое (численное) значение скорости.* Сравнивая числа, полученные в результате измерения, мы можем определить, одинаковы ли скорости измеряемых процессов, какой из измеряемых процессов протекает быстрее, какой медленнее.

Слова, обозначающие изменяемые во времени процессы и результаты сравнения скоростей разнообразных процессов, событий, явлений, включаются в речь ребенка очень рано. Даже в колыбельных песнях есть слова: «Баю, баю, баю, бай. *Поскорее* засыпай». К моменту изучения темы «Скорость. Время. Длина пути» (III класс) дети приобретают большой опыт верного употребления названных слов и значительный запас представлений о скоростях разнообразных процессов, о сравнении скоростей.

Сравнение скоростей движений, процессов может проводиться по-разному через сравнение:

– количеств изменения, произошедших за одинаковое время;

– промежутков времени, за которые произошли количественно (и качественно) равные изменения;

– отношений количеств изменения к длительности промежутков времени, за которые эти изменения произошли;

– косвенное сравнение – сравнение других величин, связанных с характером изменений; скоростей других процессов, определяющих скорость рассматриваемого изменения (например, изменение количества груза при погрузке может характеризоваться изменением объема освобождаемой тары; скорость автомобиля определяется такой характеристикой его двигателя как скорость вращения его вала; скорость вертолета – скоростью вращения винта и т.д.). (Косвенные способы сравнения скоростей разнообразны и сложны. Мы не будем их рассматривать.)

Приведем примеры.

1. *Двое детей начали одновременно есть кашу. Через некоторое время первый ребенок кашу съел, а второй – нет, хотя порции были одинаковы.*

В этой ситуации за одно и то же время дети съели разное количество каши, а именно: второй ребенок съел меньше, чем первый. Ясно, что первый ребенок ел быстрее – *с большей скоростью*.

Если количество каши в этом примере оценивать по массе, к примеру, в граммах, а время измерять, например, в минутах, то описание ситуации могло бы быть таким:

*Двое детей одновременно начали есть кашу. У обоих было по 300 г каши. Через 15 мин первый съел всю кашу, а второй съел лишь 200 г.*

Если количество каши оценивать в порциях, то текст может быть таким: ... У обоих детей было по 1 *порции* каши. Через 15 *минут* первый кашу съел, а второй съел лишь 2/3 *порции*.

2. *Два автомобиля, стоявшие рядом у светофора, одновременно начали движение. Через некоторое время один автомобиль оказался на несколько десятков метров впереди другого.*

В таких случаях мы говорим, что первый автомобиль ехал с *большей скоростью*, а второй, соответственно, – с *меньшей скоростью.*

В описанной ситуации информацию о времени и об изменении положения автомобилей можно задать числами. Если за точку отсчета изменения положения автомобилей принять светофор, то текст описания ситуации может быть таким:

*Два автомобиля, стоявшие рядом у светофора, одновременно начали движение. Через 2 мин один автомобиль оказался на расстоянии 100 м от светофора, а другой на расстоянии 80 м.*

Если время движения в данной ситуации измерять в произвольных, а не общепринятых единицах, то за единицу времени удобно принять время наблюдения за движением автомобилей. В этом случае в варианте текста, данном выше, вместо «*Через 2 мин*» будет «*Через 1 единицу времени*».

3. *У двоих детей были одинаковые порции мороженого. Один ребенок съел свою порцию за 5 минут, а второй – за 4 минуты.*

Всем понятно, что второй ребенок ел мороженое *быстрее*, чем первый, а первый ел *медленнее,* чем второй.

Если в текст ввести числовое обозначение количества съеденного мороженого, то он может выглядеть, например, так:

*У двоих детей было по 1 порции мороженого. Один ребенок съел свою порцию за 5 мин, а второй – за 4 мин.*

Или: *У двоих детей было по 80 г мороженого. Один съел это мороженое за 5 мин, а второй – за 4 мин.*

Очевидно, что возможны и другие способы описания количества мороженого и количества времени, а следовательно, и скорости.

4. *Пешеход прошел 2 км за полчаса, а автомобиль проехал это же расстояние за 2 минуты.*

Из сказанного следует: пешеход двигался с *меньшей скоростью*, чем автомобиль, а автомобиль – с *большей скоростью*, чем пешеход.

5. *Вращаются вокруг своих осей два колеса. Одно колесо за 10 мин сделало 50 оборотов, а другое колесо столько же оборотов сделало за 5 мин.*

Второе колесо вращалось *быстрее* первого, а первое – *медленнее* второго.

В примерах 1–2 сравнение скоростей происходит через сравнение «количеств изменений» при равенстве времени, за которое эти изменения произошли. В примерах 3–5 установить, какой процесс происходил быстрее (кто быстрее ел, кто быстрее двигался, что быстрее вращалось) легко с помощью сравнения промежутков времени, за которые произошли одинаковые изменения.

При обоих способах сравнения речь идет о сравнении ***отношений количества изменения к количеству времени, за которое это изменение произошло.***

*Отношение двух количественных характеристик может быть обозначено отношением двух чисел.* Скорость еды можно задать двумя числами: числом, характеризующим количество пищи, и числовым значением времени, за которое эта пища была съедена. При описании *скорости равномерного механического движения*, равно как и при описании *средней скорости неравномерного движения*, также достаточно указать **два числа**: числовое значение длины пройденного пути, короче – **длину пути** и числовое значение промежутка времени, за который этот путь был пройден, короче **– время движения.**

Например, информация о том, что путь длиной в 600 *км* был преодолен автомобилистом за 6 *часов*, а путь длиной в 40 *м* спортсмен пробежал за 5 *секунд*, полностью характеризует средние скорости движения автомобилиста и спортсмена на соответствующих участках пути. Обозначена эта информация может быть так: 600 : 6 (*км/ч*), 40 : 5 (*м/с*); или так: 6 : 600 (*ч/км*), 5 : 40 (*с/м*).

Смысл *первой пары обозначений* может быть понят как информация **о длине пути**, пройденного за указанное время. *Второе обозначение* сообщает нам **о времени**, потраченном на путь, о длине которого нас информирует второе число. И первое, и второе обозначения характеризуют один и тот же процесс, сообщают одну и ту же информацию, однако акценты в ней расставлены по-разному.

Если приведенные записи рассматривать как обычное деление, то, выполнив его, *в первом случае* получим информацию о том, путь какой длины может быть пройден соответствующим участником движения за единицу времени. *Во втором случае* будем иметь информацию о том, сколько времени может понадобиться участнику движения для преодоления пути длиной в одну единицу длины.

Для того чтобы сравнение скоростей можно было свести к простому сравнению чисел, необходимо, чтобы скорости характеризовались удобной парой чисел.

В примере 1 мы имеем две пары чисел: 300 и 15 (*граммов и минут*), 200 и 15 (*граммов и минут*) или 1 и 15 (*порций и минут*), 2/3 и 15 (*порций и минут*).

В примере 2: 100 и 2 (*метров и минут*) и 80 и 2 (*метров и минут*) или 100 и 1 (*метров и единиц времени*), 80 и 1 (*метров и единиц времени*).

В примере 3: 1 и 5 (*порций и минут*) и 1 и 4 (*порций и минут*) или 80 и 5 (*граммов и минут*) и 80 и 4 (*граммов и минут*).

В примере 4: 2 и 0,5 (*километров и часов*) и 2 и 2 (*километров и минут*) или 2 и 30 (*километров и минут*), 2 и 2 (*километров и минут*).

В примере 5: 50 и 10 (*оборотов и минут*), 50 и 5 (*оборотов и минут*).

Наличие равных чисел в двух парах позволяет свести сравнение этих пар к сравнению двух чисел. Так, в примере 1 сравнение скоростей требует сравнения таких пар: количество съеденной каши первым ребенком и его время еды; количество каши, съеденной вторым ребенком, и его время еды. Ввиду равенства времени еды достаточно сравнить числа, характеризующие количество съеденного. В примере 2 при равенстве времени скорости движения сравниваются через сравнение длин путей. В обоих примерах зависимость между результатом сравнения количеств изменения (количеств съеденного и длин путей) и результатом сравнения скоростей является **прямо пропорциональной**: ***во сколько раз больше количество изменений, во столько же раз больше скорость***.

В примерах 3–5 при равенстве количеств изменения сравнение скоростей проводится через сравнение количества времени. В них зависимость между результатом сравнения «количеств времени» и результатом сравнения скоростей **обратно пропорциональная**: ***чем меньше время, тем больше скорость.*** Использование *прямо пропорциональной зависимости* значительно легче, чем *обратно пропорциональной*.

***Скорость*** поэтому ***принято характеризовать количеством изменений за определенное время, одинаковое для обоих (для всех) сравниваемых процессов или их участников.*** Если ***скорость*** какого-либо процесса ***постоянна, то отношения любых количеств изменения к соответствующим значениям времени в этом процессе будут равны***. Но тогда ***для характеристики скорости удобно взять отношение количества изменения к единице времени***. Оно может обозначаться всего одним числом, так как в записи такого отношения единицу принято не писать.

Итак, **для количественной характеристики *скорости* принято брать *отношение количества изменения к единице времени, за которое это изменение произошло*. Если характеризуемый процесс был равномерным, то указанное отношение есть *скорость* этого процесса. Если процесс неравномерный, то указанное отношение будет характеризовать *среднюю скорость* изменения. *Средняя скорость* несет приближенную количественную характеристику «быстроты» изменения.**

В примерах 1–5 скорость описываемых процессов может быть выражена такими числами и обозначениями единиц скорости:

1) 300 *г* : 15 *мин* = 20 *г* : 1 *мин* = 20 *г /мин,* 200 *г* : : 15 *мин* =$13\frac{1}{3}$ *г/мин* или 1 *порц.* : 15 *мин* = = 1/15 *порц./мин,* 2/3 *порц.* : 15 *мин* = 2/45 *порц./мин*;

2) 100 *м* : 2 *мин* = 50 *м/мин* , 80 *м* : 2 *мин* = = 40 *м/мин* или 100 *м* : 1 *ед. времени* = 100 *м/ед. времени,* 80 *м* : 1 *ед. времени* = 80 *м/ед. времени*;

3) 1 *порц.* : 5 *мин* = 1/5 *порц./мин,* 1 *порц.* : 4 *мин* = = 1/4 *порц./мин* или 80 *г* : 5 *мин* =16 *г/мин,* 80 *г* : 4 *мин* = = 20 *г/мин*;

4) 2 *км* : 0,5 *ч* = 4 *км/ч* , 2 *км* : 2 *мин* = 1 *км/мин* или 2 *км* : 30 *мин* = 1/15 *км/мин,* 2 *км* : 2 *мин* = = 1 *км/мин*;

5) 50 *обор.* : 10 *мин* = 5 *обор./мин,* 50 *обор.* : 5 *мин* = = 10 *обор./мин.*

**Скорость выполнения работы принято называть *производительностью труда*. *Производительность труда* количественно оценивается с помощью *отношения количества выполненной работы к времени, за которое эта работа выполнена.*** *Количество выполненной работы*, в свою очередь, оценивается либо по количеству единиц произведенного товара, либо по длине, массе, площади и другим величинам, в которых измеряется произведенный товар или другой результат труда. В связи с этим все сказанное выше о скорости полностью может быть отнесено и к такому понятию как *производительность труда*.

Как и *скорость движения*, *производительность труда* может быть *постоянной* на всем рассматриваемом отрезке работы, а может быть *меняющейся*. В первом случае говорят, что процесс работы равномерен или что *работа выполняется равномерно* или *с постоянной скоростью – постоянной производительностью труда*. В случае меняющейся с течением времени производительности труда рассматривают *среднюю производительность* на всем временном промежутке проведения работы или на отдельных его частях.

Мы воспринимаем процесс как равномерный, если из того, что за 2 *часа* изготовлено, к примеру, 30 *деталей* (вспахано 30 *га*, напечатано 30 *страниц*, соткано 30 *м* ткани и т.п.), следует, что за 4 *часа* будет соответственно изготовлено 60 *деталей* (вспахано 60 *га*, напечатано 60 *страниц* и т.д.), а за 1*час* 15 (вспахано 15 *га*, напечатано 15 *страниц*, соткано 15 *м* ткани, и т.д.). Этот факт выражается в равенстве отношений: 30/2 = 60/4 = 15/1 = ... . Но в таком случае все отношения равноправны, и мы можем характеризовать скорость работы – производительность труда – любым из них. Наиболее удобны для использования отношения вида 15/1 *дет./ч* (15/1 *га/ч*; 15/1 *стр./ч*; 15/1 *м/ч* и т.д.), так как они могут быть обозначены одним числом: 15 *дет./ч* (15 *га/ч*; 15 *стр./ч*; 15 *м/ч*; ...).

Аналогичные рассуждения можно провести и для скоростей других процессов. Отсюда следует, что выражение *скорость автомобиля (скорость движения автомобиля)* 60 *км/ч* не означает (как часто считают учащиеся), что автомобиль обязательно проехал или проезжает 60 *км* за 1 *час*. 60 *км/ч* означает, что отношение длины пути ко времени, за которое этот путь пройден, равно отношению шестидесяти километров к одному часу. Автомобиль может двигаться с данной скоростью и меньше часа, и больше часа, и любой другой промежуток времени, не обязательно равный единице времени или целому числу часов. Если при этом движение равномерное, то в любой момент времени движения отношение длины пройденного пути к времени, за которое этот путь пройден, будет одинаковым, равным 60 *км/ч.*

Выше приведены рассуждения, объясняющие, почему принято количественную характеристику скорости давать через отношение количества изменения к времени, за которое это изменение произошло. Между тем, в повседневной жизни скорость иногда характеризуют и через отношение времени к количеству изменения, которое произошло за это время.

Например, если за 2 *часа* изготовлено 30 *деталей*, то скорость работы можно характеризовать не только отношением 30 : 2 = 15 *дет./ч*, но и отношением 2 *ч* : 30 *дет.* = 1/15 *ч/ дет.* или 120 *мин* : 30 *дет.* = 4 *мин/дет*. Это отношение показывает, сколько времени требуется на изготовление одной детали: на изготовление одной детали требуется 1/15 *ч* или 4 *мин*. Скорость другого изготовителя может быть, к примеру, равной 2 *мин/дет.*: этот изготовитель затрачивает на создание одной детали 2 *мин*. Для оценки скорости и времени выполнения заказа из нескольких деталей такой способ количественной характеристики скорости работы удобен.

Аналогично можно охарактеризовать и скорость еды в примере 1: на то, чтобы съесть одну порцию, первый ребенок тратит 15 *мин*, а второй ребенок съел бы ее за 22,5 *мин* (15 *мин* : 2/3 *порц.* = 22,5 *мин/порц.*). Скорость движения в примере 2 также может быть охарактеризована через отношение времени к длине пути, пройденного за это время: 2 *мин* : 100 *м* = 0,02 *мин/м*. Это означает, что для передвижения на 1 *м* первый автомобиль затрачивает 0,02 *мин*, а второй – 0,25 *мин* (2 *мин* : 80 *м* = 0,25 *мин/м*). Однако такая оценка скорости применяется только при решении конкретных практических задач. В математике и физике, где рассматривается это понятие, *принято выражать скорость через отношение количества изменения за единицу времени,* хотя и там *иногда вводят величину, обратную скорости.*

Следует сделать разъяснение относительно употребления терминов *длина пути* и *расстояние*.

В традиции начальной школы использование термина *расстояние* в значении *длина пути.* Обусловлено это несколькими причинами. Во-первых, в начальной школе рассматривается лишь простейшая форма механического движения – равномерное прямолинейное движение или движение, не отличающееся от него количественными характеристиками. Последнее есть движение в случае, когда нас интересует только длина пути, а не его форма и реальное местоположение движущегося тела относительно другого движущегося тела или относительно места (точки). В случае прямолинейного движения длина пути и расстояние между точками начала и конца пути равны.

Во-вторых, термин *расстояние* содержит одно слово, тогда как *длина пути* – два слова, и потому срабатывает «закон экономии речи». В-третьих, в случае, когда необходимо знать (или когда задано) положение движущегося объекта относительно некоторого места (точки), то принято использовать слово *расстояние (рас-стоян-ие),* которое означает, согласно толковому словарю С. И. Ожегова, «пространство, разделяющее два пункта, промежуток между чем-нибудь», а следовательно, и такую его характеристику, как линейная протяженность. Именно поэтому в обыденной речи мы говорим, например, о *расстоянии между городами*, а не о «длине дороги между городами» или о «длине пути между городами». В математике р а с с т о я н и е между двумя пунктами, двумя фигурами – это **длина кратчайшего пути** между ними. *Расстояние между городами* зачастую тоже *длина кратчайшего пути*, но кратчайшего из возможных. Так, если между двумя пунктами находится болото, то длина кратчайшего пути – это длина кратчайшей дороги в обход (в объезд) болота. В обучении математике следует познакомить детей с разными значениями слов и словосочетаний *длина пути, расстояние, длина кратчайшего пути* и т. п. Необходимо ненавязчиво учить детей верно употреблять эти слова и словосочетания, определять их точный смысл из контекста высказывания.

*Для описания некоторых процессов бывает недостаточно знания только отношения количества изменения ко времени этого изменения.* Так, например, знание длины пути, на которую переместился один предмет относительно другого за определенное время, не позволяет однозначно определить, в каком месте по отношению к другому будет находиться этот предмет по окончании времени движения. Если двигаться по кругу, то через некоторое время можно вновь оказаться на том же самом месте, хотя длина пройденного пути при этом может быть значительной. В таком случае важно еще и указание ***направления движения.***

**Направление движения (направление изменения) может быть *постоянным* или *меняющимся*.** Самый простой вид механического движения – ***равномерное прямолинейное движение.*** Это движение по прямой в направлении, не меняющемся с течением времени. Из механических движений с меняющимся направлением наиболее простым для описания является ***равномерное вращение.***

***Скорость равномерного вращения* и *среднюю скорость неравномерного вращения* количественно характеризуют через отношение числа полных оборотов к времени, за которое совершены эти обороты.** Для характеристики движений с меняющимся направлением движения физики «придумали» понятие *угловая скорость.*

Как уже было сказано, процессы могут протекать *равномерно и неравномерно*. Если процессы протекают равномерно (или их можно при некотором допущении считать равномерными), то для удобства сравнения и выполнения расчетов скорость характеризуют отношением количества изменения, прошедшего за единицу времени, к этой единице времени. Для краткости в этом случае говорят, что скорость измеряется количеством изменения чего-либо за единицу времени.

Известно, что особенностью процессов, характеризующихся скоростью, является их ***относительность***.

***Механическое движение есть движение одного тела относительно другого***. Физическое тело может двигаться относительно земли, относительно любого другого тела. Движение есть способ существования мира. Любое физическое тело участвует сразу в нескольких движениях. Автомобиль, движущийся по дороге, меняет свое положение не только относительно дороги, но и относительно любого другого автомобиля, каждого пешехода, каждого велосипедиста не только на той дороге, по которой едет данный автомобиль, но и в любом другом месте. Части автомобиля участвуют как в движении относительно дороги (земли), так и в движении относительно других частей автомобиля. Обычно нас интересует движение относительно земли или относительно другого (одного), также движущегося относительно земли, объекта. В школьном курсе математики изучают самые простые случаи такого движения.

Итак, **движение тела относительно земли характеризуется *направлением, «быстротой», равномерностью или неравномерностью.* Все указанные характеристики выражаются понятием *скорость – постоянная скорость* для равномерного движения, *средняя скорость* и *мгновенная скорость* для неравномерного движения.**

Основные **виды механического движения тела –** ***прямолинейное равномерное и равноускоренное движения, равномерное вращательное движение***. Скорость вращательного движения обычно характеризуется отношением количества полных оборотов к соответствующему времени вращения. В курсе математики начальной школы чаще всего рассматривается только равномерное прямолинейное движение в связи с решением соответствующих задач: на определение скорости по известным длине пути и времени движения, длины пути по известным скорости и времени движения, времени по известным длине пути и скорости движения. Однако мы убеждены в том, что часть учащихся вполне готова к рассмотрению и более сложных видов движения. Если длина пути, время и скорость измерены в согласованных единицах (например, в *километрах*, *часах* и *километрах за час*; или *шагах*, *минутах* и *шагах за минуту*), то способы решения задач на прямолинейное равномерное (или неравномерное, которое характеризуют средней скоростью) движение (относительно земли) одного тела могут быть выражены формулами: $\mathbf{S = V \cdot t,\ V = S/t,\ t = S/V.}$

Если в одно и то же время происходит движение (относительно земли) не одного, а двух тел, то говорят об их движении относительно друг друга, иначе – о ***взаимном движении двух тел.***

Наиболее простым случаем такого движения является ***одновременное прямолинейное движение двух тел относительно земли в одном и том же или в противоположных направлениях***. Если движение не прямолинейное, но в нем нас интересуют только его количественные характеристики, не зависящие от направления движения, то любое такое движение удобно заменить движением прямолинейным с теми же количественными характеристиками. Именно так и поступают в школьном курсе математики, моделируя любые ситуации движения с помощью отрезков прямых. Однако от учащихся факт подмены движения по произвольной не прямой траектории движением по прямой зачастую остается скрытым. Скрытым в этом случае остается и важная **методологическая позиция, лежащая в основе познания*: для того чтобы познать сущность явления, нужно представить это явление такими средствами, которые свободны от второстепенной информации.*** Такой второстепенной информацией для выявления *количественных характеристик* и зависимостей *времени, скорости и длины пути равномерного движения* является информация о форме траектории движения. Именно поэтому взаимное движение двух тел в самых простых его случаях – движение по одной и той же траектории в одном и том же или в противоположных направлениях, можно описывать как движение прямолинейное.

При взаимном движении меняется расстояние между движущимися телами: оно может увеличиваться или уменьшаться. Скорость такого изменения оценивается, как и скорость любого меняющегося процесса, отношением количества изменения к времени этого изменения.

*Скорость взаимного движения двух тел в случае, когда расстояние между движущимися* *телами увеличивается с течением времени, принято называть* ***скоростью удаления.***

*Скорость взаимного движения двух тел в случае, когда расстояние между ними уменьшается с течением времени, принято называть* ***скоростью сближения.***

В зависимости от начального взаимного расположения движущихся тел и от скоростей движения каждого из тел относительно земли можно выделить несколько отличающихся друг от друга ситуаций взаимного прямолинейного (или сводимого к прямолинейному) движения двух тел.

**Ситуация 1**. *Движущиеся тела* ***на начало движения*** *находятся* ***в одном месте*** *и начинают движение* ***одновременно в одном и том же направлении.***

Если *скорости* их движения (по отношению к земле) *одинаковы*, то *по отношению друг к другу* тела *находятся в покое: скорость их взаимного движения равна нулю.*

Если *скорости* движения относительно земли *различны,* то постепенно *одно тело удаляется* от другого.

Для лучшего понимания нужно построить геометрическую модель (чертеж), иллюстрирующую данную ситуацию.

***Скорость (равномерного прямолинейного) взаимного удаления*** (при движении тел из одной точки в одном и том же направлении) ***равна разности скоростей*** *движущихся тел. Для нахождения* ***числового значения скорости ($V_3$) взаимного движения*** из одной точки в одном и том же направлении *достаточно* ***из большего числового значения скорости тел относительно земли вычесть меньшее числовое значение*** *при условии, что скорости движений тел относительно земли измерены в одинаковых единицах*: $\mathbf{V_3 = V_1 - V_2}$, где $\mathbf{V_1 > V_2}$. Все скорости при этом оцениваются через отношение длины пути к соответствующему временному промежутку. ***Длина пути удаления*** одного тела относительно другого *в рассматриваемом случае равна* ***произведению скорости удаления и времени взаимного движения.*** Она может быть измерена в любых единицах длины, в том числе и изобретенных человеком, решающим соответствующую задачу. ***Время движения*** *– это время движения в течение одного и того же промежутка времени, измеренное в любых единицах времени (не обязательно общепринятых).*

Характеризовать числами взаимное движение через отношение времени к длине пути довольно трудно. Покажем это на примере.

*Пешеход и велосипедист отправились по одной и той же дороге из пункта А в пункт В. Скорость велосипедиста (относительно земли), оцененная общепринятым способом, равна 16 км/ч. Эта же скорость, оцененная через отношение времени к длине пути, будет равна 5 мин/км (1 ч = 60 мин, 60 мин : 16 км = = 5 мин/км). Аналогично зададим скорость пешехода (относительно земли): 5 км/ч и 12 мин/км.*

Скорость взаимного движения велосипедиста и пешехода как в случае, когда велосипедист начинает движение раньше пешехода (*скорость удаления*), так и в случае, когда первым начинает движение пешеход (*скорость сближения*), равна разности скоростей их движения относительно земли. Если скорости выражены в одних и тех же единицах, то эта разность есть разность значений скорости: 16 *км/ч* – 5 *км/ч* = 11 *км/ч.* Выразив значение скорости через отношение времени к длине пути, получим 1 *ч* : 11 *км* = 60 *мин* : 11 *км* = = $5\frac{5}{11}$ *мин/км.* Зная, что велосипедист на проезд одного километра пути затрачивает 5 *минут,* а пешеход 12 *минут*, определить с помощью выполнения арифметических действий с этими числами, за сколько минут расстояние между велосипедистом и пешеходом изменится на 1 *километр*, довольно трудно. (Для этого придется вернуться к отношению длины пути к времени.) Ни сумма, ни разность, ни произведение, ни частное этих чисел по смыслу не характеризуют скорости взаимного движения.

Приведенный пример объясняет причины, по которым скорости характеризуются отношением количества изменения (длины пути, объема работы, количества слов и т.п.) ко времени, а не отношением времени к количеству изменения. Поэтому обозначения скорости в формулах и вычислениях есть обозначения отношения количества изменения к количеству времени. Если скорость характеризуется иначе, то это специально должно быть оговорено.

**Ситуация 2.** *Движущиеся тела* ***на начало движения*** *находятся* ***в одном месте*** *и начинают движение* ***одновременно в противоположных направлениях.***

Какими бы ни были скорости движения каждого тела относительно земли, с течением времени тела будут удаляться друг от друга. ***Скорость удаления*** **($V_3$)** в этом случае *равна сумме скоростей движения тел относительно земли:* $V_3 = V_1 + V_2$. ***Расстояние между телами (длина траектории движения от одного тела до другого)*** через некоторое время после начала движения может быть найдено как ***произведение скорости удаления на время движения*** (при условии согласованности единиц длины и времени).

**Ситуация 3**. *Движущиеся тела* ***на начало движения*** *находятся* ***в разных местах*** *(в разных точках) и начинают движение* ***одновременно в одном и том же направлении.***

Если *скорости обоих тел относительно земли одинаковы*, *то относительно друг друга тела находятся в покое*, оставаясь на одном и том же расстоянии друг от друга в течение всего времени движения. Если *скорости различны*, то возможно как *сближение*, так *и удаление тел друг от друга*. В случае, когда на начало движения тело, имеющее большую скорость, находилось впереди, оно будет удаляться от второго тела. Если же впереди на начало движения оказалось тело с меньшей скоростью, то с начала движения до встречи тела будут сближаться, а после встречи – удаляться друг от друга. ***Скорость взаимного движения*** **($V_3$)** во всех этих случаях количественно будет ***равна разности скоростей тел,*** движущихся относительно земли: $V_1 > V_2$, $V_3 = V_1 - V_2$. ***Длина пути сближения до встречи*** *равна расстоянию между движущимися телами на начало движения. После встречи* ***длина пути удаления*** *равна произведению скорости удаления на время движения.*

**Ситуация 4.** *Движущиеся тела* ***на начало движения*** *находятся* ***в разных местах*** *(в разных точках) и* ***одновременно начинают движение в противоположных направлениях.***

В этом случае *независимо от собственных скоростей движущиеся* ***тела удаляются*** *друг от друга со* ***скоростью, равной сумме их собственных скоростей***: $V_3 = V_1 + V_2$. ***Расстояние между движущимися телами*** (длина траектории движения от одного тела до другого) через некоторое время после начала взаимного движения ***равно сумме «расстояния удаления» и расстояния между телами на начало движения***: $S_3 = S_1 + S_2$. ***Время*** движения ***одинаково*** для обоих участников движения.

**Ситуация 5.** ***На начало движения*** *тела* ***находятся в разных точках*** *и одновременно начинают движение* ***навстречу друг другу***.

С начала движения *до встречи* ***тела сближаются со скоростью, равной сумме скоростей движущихся тел:*** $V_3 = V_1 + V_2$. *После встречи* ***тела удаляются с той же скоростью***. ***Длина пути сближения*** (т. е. от начала движения до места встречи) ***равна*** (при прямолинейном движении) ***расстоянию между телами на начало движения. Длина пути удаления*** (после встречи) ***равна произведению скорости удаления и времени движения.***

Если говорить о ***скорости работы*** – **производительности труда**, то аналогом механического движения одного тела относительно земли является работа одного исполнителя. Одновременная или, как говорят, совместная работа двух работающих (людей, бригад или механизмов) аналогична одновременному встречному движению.

Описанные ситуации нетрудно представить геометрическими средствами на чертеже. Они легко могут быть восприняты детьми, если опираться на их жизненный опыт и здравый смысл, если быть уверенным в том, что дети за свои 8–10 лет жизни не раз практически решали сотни задач на движение в широком смысле этого слова. Ограничивая же изучение темы «Скорость, время, длина пути» только механическим равномерным прямолинейным движением как единственно возможным, мы лишаем детей опоры, обрекаем на тупое воспроизведение формул, на противопоставление жизни и учебы. Именно поэтому разговор о скорости мы вели не только на примерах механического движения.

И закончить статью хочу случаем, который рассказал мне когда-то мой мудрый научный руководитель *Анатолий Михайлович Пышкало*.

Однажды в поездке по сельским школам он попросил великовозрастного второгодника, который, по информации учителя, не мог решить ни одной задачи на движение (и не только на движение), посоветовать, на каких видах транспорта лучше всего добраться до города. И второгодник подробно описал все возможные варианты, подтверждая свои доводы «за» и «против» каждого варианта достаточно точными расчетами. Он решил не одну, а несколько, причем не самых простых задач на движение. А задачи он действительно не решал: одно слово *задача* превращало его в заторможенного, ничего не понимающего подростка. Поэтому, если хотите что-то понять, обращайтесь к детям. Истинный учитель – это тот, кто каждый день учится у своих учеников, какие бы отметки они ни получали на контрольных. Тогда и отметки, и дети, и учителя станут лучше, а дети и учителя духовно богаче.

# Функции геометрии в начальном обучении математике

**_В. И. СУТЯГИНА,_**
*старший преподаватель НГПУ*

В работах по методике преподавания математики чаще всего рассматриваются и характеризуются функции задач (*В. Ю. Гуревич, Ю. М. Колягин, К. И. Нешков, Н. К. Рузин, А. Д. Семушкин, А. П. Сманцер* и др.). Очевидно, можно говорить и о функциях геометрии в обучении, в том числе в обучении младших школьников. Исследований, специально посвященных выявлению функций геометрии, нами не найдено, но в работах многих математиков (*А. Д. Александров, Г. Вейль, Д. Гильберт, Ф. Клейн, А. Пуанкаре* и др.) и специалистов в области методики обучения математике (*В. А. Гусев, Л. Н. Скаткин, Е. В. Силаев, И. Ф. Шарыгин* и др.) в неявном виде функции геометрии представляются. Чаще в научной и методической литературе встречаются описания целей изучения геометрии.

Можно считать, что геометрия, геометрические понятия, геометрические задачи, как и вообще любые математические задачи, играют в обучении математике двоякую роль: как цели и как средства обучения. *А. Д. Александров*, рассматривая диалектику геометрии, указывал, что «геометрия – это не только содержание, но и способ рассмотрения, не только «тело», но и «геометрический дух», выражающийся в целостном синтетическом рассмотрении предмета и вносящий в другие области математики геометрические понятия и представления...» [1; с. 283]. По этой причине при выявлении функций геометрии в обучении, и в частности в обучении младших школьников, следует учитывать обе стороны. Для более глубокого анализа исследования функций геометрии, отражающих каждую из указанных сторон, целесообразно проводить отдельно, хотя в реальном процессе обучения они тесно связаны. Так, например, одним из приемов, помогающих понять задачу, является геометрическая модель. Но эта модель не окажет никакой помощи учащимся в восприятии и решении задачи, если они не знакомы с отрезками, отношениями между ними, не умеют строить отрезок и т.п. Поэтому для использования геометрического материала как средства обучения нужно, чтобы учащиеся имели уже соответствующие геометрические знания и умения. В то же время показателем геометрических знаний является умение учащихся применять приобретенные знания геометрии при решении каких-либо практических, не обязательно геометрических задач.

Сопоставляя функции геометрии с функциями задач в обучении [2, 3, 7, 12], можно утверждать, что геометрия в обучении может об-