

Разбор задачи с использованием графических схем

Одна из основных задач обучения математике в начальной школе — формирование у учащихся общего умения решать задачи. Обнаружить это умение можно при предъявлении ученику незнакомой задачи. Если же ученик сразу отказывается от решения на том основании, что «мы такие не решали», то это означает, что общее умение не сформировано. Если же, осознавая, что он не встречался с такими задачами, ученик начинает преобразовывать задачу, используя различные общие приемы (выясняет смысл каждого слова и предложения, строит модели — рисунки, чертежи, схемы, пытается переформулировать текст, проводит разбор задачи для составления плана решения и т. п.), и либо находит ответ, либо делает вывод, что задачу решить не может, так как не знает какой-либо зависимости, не владеет какой-то информацией, то он владеет общим умением.

Общее умение решать задачи складывается из знаний о задачах и процессе решения задач (в частности, об этапах решения задач, о приемах, помогающих решению) и умений применять эти знания к решению конкретной задачи, умений применять обобщенные приемы, помогающие решению, к любой задаче.

Один из таких приемов — разбор задачи; рассуждения от данных к вопросу, от вопроса к данным или смешанного вида. Сам прием достаточно полно представлен в методической литературе, причем его описание встречается в методических пособиях и статьях начиная с середины XIX в.

Наиболее показательны в этом отношении утверждения Е. Шпитальского о необходимости научить учеников самостоятельно пользоваться аналитическим и синтетическим способами рассуждений. При этом он придавал огромное значение обучению умению сопровождать эти рассуждения графической схемой. Этот способ, предупреждал Е. Шпитальский, вовсе не имеет намерения быть автоматическим способом решения задач. Он дает схему самого процесса мысли, конечно, одинаково последовательного не только для всех задач, но и для всех случаев мышления.

В советской методике с 30-х до начала 70-х гг. аналитический и синтетический способы рассуждений и графические схемы широко использовались на уроках. Учитель вел разбор задачи, и он же (или под его руководством ученик) строил графическую схему.

В начале 70-х г. школы перешли на новые программы и учебники, в которых была сделана попытка отойти от господствовавшей до этого методики обучения решению задач. Не вдаваясь в суть изменений, отметим лишь, что с этого времени со страниц методических пособий и классных досок во время уроков исчезли графические схемы разбора задачи. И если учителя старшего поколения поначалу еще пользовались ими как средством объяснения решения задачи, то молодые учителя зачастую просто ничего не знали о таких схемах.

Мы полностью разделяем мнение Е. Шпитальского, и потому настоящую статью посвящаем

обучению учащихся рассуждениям от данных к вопросу и от вопроса к данным, которое, на наш взгляд, должно, во-первых, проводиться специально, с осознанием детьми сути способа рассуждений, во-вторых, помочь научить их сопровождать свои рассуждения на первых порах графической схемой. Так как содержание самого разбора описано довольно подробно (см.: например: Ш и к о в а Р. Н. Способы рабора текстовых задач // Начальная школа.— 1986.— № 12; Артемов А. К. Формирование обобщенных умений решать задачи // Начальная школа.— 1992.— № 2), то мы в большей мере остановимся на характеристике построения графических схем разбора к задачам разных видов и на методике проведения специальных уроков по обучению учащихся соответствующим умениям, не отвергая при этом тех упражнений, которые предлагает использовать для обучения синтетическому способу рассуждения А. К. Артемов.

Прежде всего заметим, что сколько бы раз учитель ни проводил сам разбор задачи при ее решении в классе, дети проводить такие рассуждения не научатся. Действительно, способные к математике учащиеся обычно еще до начала разбора уже знают, как решать задачу, и потому для выполнения задания «Решить задачу» им незачем слушать рассуждения учителя. Слабые учащиеся не слушают эти рассуждения, так как по собственному горькому опыту знают, что даже внимательное слушание мало продвигает их к решению. К тому же они уверены, что в конце концов план решения будет сказан и потому проще, не напрягаясь, подождать этого момента — и решение задачи будет в тетради. Остаются те, кто не сразу догадался, как решить задачу. Они слушают вопросы учителя лишь до момента «озарения». И уж точно — никто не старается запомнить вопросы учителя и понять, зачем они ставятся, почему ставятся именно такие вопросы, а не другие. После получения ответа работа с приемом заканчивается, и дети забывают его до следующего использования учителем.

Специальное обучение разбору задачи состоит из нескольких этапов.

1-й этап. Неявное знакомство с рассуждениями при коллективном решении задач под руководством учителя. Разбор ведет учитель, учащиеся отвечают на его вопросы. Цель работы детей — решить задачу. В результате работы на первом этапе ребята накапливают опыт осуществления разбора по указаниям учителя. Здесь же выполняются упражнения, готовящие учеников к освоению способа рассуждений.

2-й этап. Специальное знакомство учащихся с одним из видов рассуждений. Этот урок или уроки желательно строить так, чтобы учащиеся могли осуществить «целостный акт учебной деятельности», т. е., чтобы они а) увидели, что соответствующие рассуждения помогают в решении и захотели научиться проводить такие рассуждения самостоятельно; б) сами решали вопрос, как можно этому научиться, сами выбирали для этого необходимые виды работы (учитель выступает в роли коорди-

натора, побудителя и эксперта предложений детей); в) сами ставили перед собой вопросы: «А научился ли я?», «Умею ли я проводить разбор?»; сами искали задания, с помощью которых они могли бы ответить на эти вопросы.

3-й этап. Тренировка в использовании разбора при самостоятельном решении задач.

4-й этап. Явное знакомство с другими способами разбора и тренировка в их использовании.

5-й этап. Самостоятельное использование различных видов разбора при решении задач разных видов.

Работа первого этапа достаточно хорошо известна, о ней много написано, поэтому отметим лишь, что уже на этом этапе учитель может при разборе задач пользоваться графической схемой, не акцентируя на этом внимание детей.

Покажем, какие графические схемы может строить учитель.

Задача. Дети посадили у школы 6 лип и 4 березы.

Сколько всего деревьев посадили дети у школы?



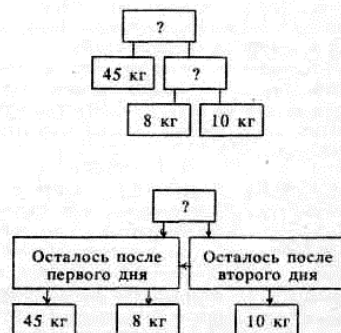
Задача. В нашем доме 9 этажей. Это на 4 этажа больше, чем в соседнем. Сколько этажей в соседнем доме?



Заметим, что представленные схемы — не краткие записи задач, хотя и могут выступать в этой роли. Они появляются при выяснении вопросов: «Каков вопрос задачи? Что достаточно знать для ответа на него?» Или: «Достаточно ли для ответа на вопрос задачи знать количество лип и количество берез?»

Для задачи в два действия эти схемы могут выглядеть так.

Задача. В мешке было 45 кг картофеля. В первый день израсходовали 8 кг картофеля, а во второй день 10 кг. Сколько килограммов картофеля осталось в мешке?



¹ Об учебной деятельности см.: Давыдов В. В., Маркова А. К. Концепция учебной деятельности // Вопросы психологии.— 1981.— № 6; Фридман Л. М. Психолого-педагогические основы обучения математике.— М., 1988.

Очень важным является урок, на котором будут показаны возможности рассуждений от вопроса к данным (или от данных к вопросу) для облегчения плана решения.

Начать работу на уроке можно с решения задачи под руководством учителя. Хорошо для этой цели взять задачу, которая была бы достаточно трудной для учащихся данного класса.

Учитель просит прочитать задачу, уточняет, все ли понятно, если нужно, дает задания по уточнению содержания задачи, затем тщательнейшим образом проводит разбор, иногда обращая внимание детей на свои вопросы. После того как задача будет решена (запись решения нужно сделать максимально короткой и лучше по ходу разбора), учитель спрашивает:

— Обратили ли вы внимание на то, что, когда мы решаем трудную задачу, я всегда задаю вам вопросы типа: «Можно ли сразу ответить на вопрос задачи? Что достаточно было бы знать, чтобы ответить на него? Что из этого известно в задаче?» или «Зная это и это, что можно найти?» Как вы думаете, для чего я вам их задаю?

Выслушав мнения детей, учитель просит поднять руку тех, кто считает, что без этих вопросов, он не смог бы найти решение предложенной задачи; кто считает, что ему было бы гораздо труднее найти решение без этих вопросов.

Подводя итог обсуждению, учитель говорит:

— Если бы каждый из вас при решении задачи мог сам задавать такие вопросы себе и отвечать на них, то любой из вас был бы способен самостоятельно решить гораздо больше задач и более сложных. Сегодня я и хотела бы научить вас ставить эти вопросы и отвечать на них. Согласны вы это делать?

Хорошо, а как вы думаете, что нужно нам с вами делать, чтобы научиться задавать эти вопросы?

Предложения детей могут быть различными: учитель на примере какой-либо задачи показывает, какие вопросы и в какой последовательности ставить; предлагает попробовать самим вспомнить, какие вопросы обычно задает учитель, или попытаться самим придумать такие вопросы. Каким бы ни был выбор, в результате дальнейшей работы на доске должна появиться запись основных шагов разбора, например, такая:

Рассуждения для составления плана решения

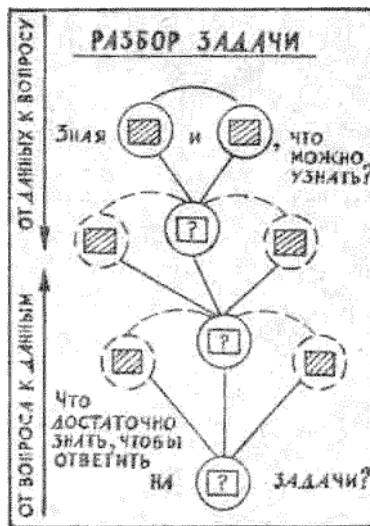
(От данных к вопросу)

1. Что спрашивается в задаче?
2. Берем любые два данных. Задаем вопрос: «Зная это..., и это..., что можно узнать?»
3. Отвечаем на вопрос, выбираем ответ, приближающий к ответу на вопрос задачи.
4. Продолжаем рассуждения как в п. 2 и в п. 3; зная ... и ..., что можно найти. И т. д. до получения ответа на вопрос задачи (до нахождения данных, зная которые, можно получить ответ на вопрос задачи).

Можно эту же памятку представить и в виде обобщенной графической схемы (см. схему).

Подчеркнем, что цель работы со второй задачей на этом уроке — не решение задачи, а определение системы вопросов для разбора, составление памятки. Поэтому, задав вопрос к конкретной задаче, учитель постоянно должен обращаться к детям: «Можно ли такой же вопрос задать к

другой задаче? Чем он будет отличаться от вопроса к этой задаче? Как этот вопрос отразить в памятке? На схеме?» Представленная графическая схема разбора должна появиться как одно из предложений учителя или учащихся. Вполне возможно, что она будет иметь несколько иной вид.



После составления памятки можно задать провокационный вопрос:

«Теперь у нас есть памятка, и вы все знаете, какие вопросы и в какой последовательности задавать, как на них отвечать. Можно ли считать, что вы научились проводить рассуждения для составления плана решения?»

В результате обсуждения дети должны прийти к выводу, что иметь памятку и даже знать последовательность вопросов недостаточно для того, чтобы провести самостоятельный разбор любой задачи. Нужно еще попробовать себя в практическом применении этих рассуждений при составлении плана решения различных задач. Вместе с учащимися намечается содержание дальнейшей работы по освоению изучаемого приема. Эта работа при наличии времени частично может быть проведена на этом же уроке и на следующих.

Целесообразно затем периодически предлагать учащимся задания на закрепление рассматриваемого приема. Ими могут быть следующие: 1) провести разбор данной задачи одним из способов; 2) составить задачу, решение которой может быть найдено с помощью указанной цепочки вопросов; 3) закончить вопросы к данной задаче; 4) найти ошибку в рассуждениях; 5) вставить в вопросы необходимые данные; 6) используя различные пары данных, составить разные планы решения; 7) проведя при составлении плана решения рассуждения вначале от данных к вопросу, а затем от вопроса к данным, найти два различных способа решения данной задачи.

Эффективным является использование игровых ситуаций, когда учащиеся выступают в роли учителя перед всем классом, в группе, в парах. Интересно можно организовать работу в группах из

3—5 человек, где между детьми распределены роли: учитель, ученик, эксперты. Учитель задает вопросы, учащиеся ищут план решения с их помощью, эксперты следят за правильностью рассуждений.

Можно также широко использовать возможности магнитофонной записи, особенно для отыскания ошибок в рассуждениях.

Это далеко не полный перечень форм работы по закреплению приема. Поле деятельности здесь и для учителя, и для учащихся широко. Дети, овладев приемом, которым до этого времени пользовался только учитель, чувствуют уверенность в своих силах, верят в возможность научиться и более сложным приемам. А это немаловажно для развития 7—8-летнего ребенка. Уверенность придает детям и возможность опереться на графическую схему.

Чаще всего разбор задачи как в словесной форме, так и в сопровождении графической схемы применяется при арифметическом решении задач. Однако он может быть продуктивно использован и при решении логических задач (при решении логическим методом), и при решении задач с помощью уравнений. Покажем, как проводятся рассуждения и строится графическая схема при решении задач разными методами — арифметическим, алгебраическим (с помощью уравнения), логическим.

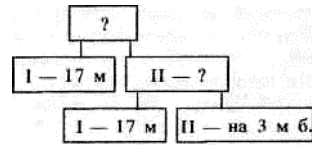
Задача (Математика-2, с. 84)²: «В одном куске 17 м ткани, а в другом на 3 м больше. Сколько метров ткани в двух кусках?»

Проведем рассуждения от вопроса к данным для нахождения плана решения арифметическим методом.

Находим вопрос задачи. Изобразим его схематически прямоугольником (овалом, кругом), внутри которого стоит вопрос. Чтобы увидеть, сколько метров ткани в двух кусках, достаточно знать, сколько метров ткани в каждом из кусков. Обозначим это на схеме: проведем от прямоугольника — вопроса задачи — две линии и начертим еще два прямоугольника. Количество метров ткани в первом куске известно — 17 м. Запишем это значение внутри левого прямоугольника, и, чтобы помнить, что это длина ткани в первом куске, там же сделаем пометку римской цифрой I. Сколько метров ткани во втором куске — нам неизвестно, поэтому во втором прямоугольнике напишем римскую цифру II и знак вопроса. Чтобы узнать, сколько метров ткани во втором куске, достаточно знать, сколько метров ткани в первом куске и отношение между числом метров в первом и втором кусках (достаточно знать отношение количества метров во втором куске с каким-либо известным количеством). Обозначим это на схеме, вновь проведя две соединяющие линии и два прямоугольника. Так как в задаче есть известное количество — 17 м и отношение с ним искомого количества, то внесем соответствующие записи в прямоугольники.

В результате всех предыдущих рассуждений и записей получится такая схема (прямоугольники (овалы, круги) чертятся от руки, ни в коем слу-

чае нельзя требовать от детей использования чертёжных инструментов).



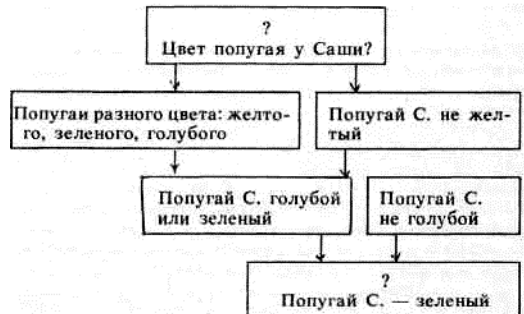
Проведем теперь по схеме рассуждения в обратном направлении и получим план решения. Вначале узнаем, сколько метров ткани было во втором куске, для этого достаточно к 17 м прибавить 3 м, так как число метров во втором куске больше. Вторым пунктом плана будет отыскание ответа на вопрос задачи. Для этого достаточно сложить значения длин кусков, т. е. 17 и (17+3).

Задача. У ребят Вити, Димы и Саши есть попугай разного цвета: желтого, зеленого и голубого. Цвет попугая у Саши не желтый, а попугай голубого цвета не у Саши и не у Димы. Какого цвета попугай у каждого из ребят?

Данная логическая задача имеет три вопроса: 1) Какого цвета попугай у Саши? 2) Какого цвета попугай у Вити? 3) Какого цвета попугай у Димы?

Рассуждения здесь лучше вести смешанным способом, с учетом того, что данными являются не числа и не значения величин, а высказывания относительно объекта искомой информации. Для ответа на первый вопрос задачи нам нужна информация о попугае Саши. Такая информация содержится в трех высказываниях: «У ребят попугай разного цвета», «У Саши попугай не желтого цвета», «У Саши попугай не голубого цвета». Изобразим это схематически, нарисовав три прямоугольника и поместим в них соответствующие тексты.

Продолжим рассуждения, идя от данных. Зная, что попугай у Саши не желтый, и, зная, что попугай может иметь лишь один из трех цветов: желтый, зеленый или голубой, можно утверждать, что попугай у Саши зеленый или голубой. Записываем это в схему. Теперь имеем два данных: «Попугай у Саши зеленый или голубой» и «Попугай у Саши не голубой». Зная эти два данных, можем сделать вывод, что попугай у Саши зеленый. Эту информацию теперь можно записать в схему и использовать для ответа на следующие вопросы.



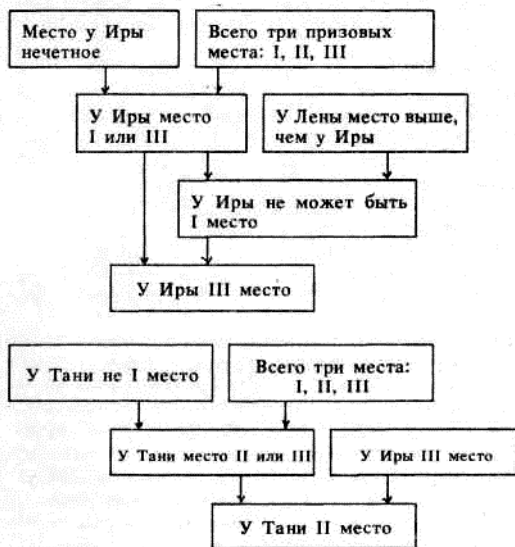
(Если вести рассуждения в вопросно-ответной форме, то следовало бы задавать обычные для разбора вопросы: «Зная, что у Саши попугай зе-

² Здесь и далее ссылки даны на учебник математики для четырехлетней начальной школы. — *Ред.*

ленный или голубой, и что попугай у него не голубой, что можно узнать?»). Зная, что попугай разного цвета: желтый, зеленый и голубой, и что у Саши попугай зеленый, можно сказать, что у Димы попугай не зеленый. Зная, что у Димы не зеленый и не голубой и что каждый попугай имеет один цвет, можно узнать, что у Димы попугай желтый. Зная, что всего цветов три, что у Саши попугай зеленый, а у Димы желтый, можно узнать, что у Вити цвет попугая голубой. Каждая часть рассуждений, как и раньше, последовательно отражается на соответствующей схеме³.

Задача. На математической олимпиаде Таня, Ира и Лена заняли призовые места, причем каждое место заняла только одна девочка. Известно, что место Иры нечетное, Таня заняла не первое место, а место Лены выше, чем у Иры. Как распределились места между девочками?

Не приводя текст рассуждений, представим лишь графическую их схему. Рассуждения ведутся от данных к вопросу.



Как видно, при логическом методе решения составление плана совмещается с его выполнением (впрочем, это возможно и при арифметическом решении).

Покажем теперь, как может быть использована графическая схема при алгебраическом решении задачи.

Задача (Математика-3, с. 155): «На 3 одинаковых свитера израсходовали 15 мотков синей шерсти и 9 мотков белой. Сколько мотков шерсти пошло на каждый свитер?»

Особенностью разбора задачи является то, что в результате его нужно получить не цепочку арифметических действий, последовательное выполнение которых приводит к получению ответа на вопрос задачи, а выделить в задаче вопрос, ответ на который может быть дан на основе равенства двух различных математических выражений, хотя бы одно из которых содержит обозначенное буквой неизвестное.

Обозначим буквой x количество мотков шерсти, которое пошло на один свитер. Далее будем вести рассуждения от данных к вопросу (но не к главному вопросу задачи, а к промежуточному), считая, что на один свитер идет x мотков шерсти. На схеме (с. 19) это выглядит так.

Задача. На полке стояли книги. После того как 6 книг сняли, осталось 9 книг. Сколько книг стояло на полке?

Обозначим количество книг, стоявших первоначально на полке через x . Тогда текст задачи будет выглядеть так: «На полке стояло x книг. После того как 6 книг сняли, осталось 9 книг».

Рассуждая от данных к вопросу, получим схему (с. 19).

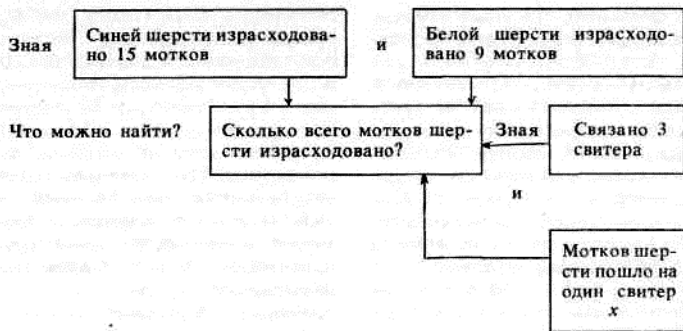
Сопровождение рассуждений при поиске плана решения графическими действиями «задерживает» решающего над каждой рассматриваемой зависимостью, организует порядок мыслительной работы. Причем графические схемы с подробным текстом нужны только при ознакомлении с использованием таких схем и иногда при коллективном ре-

³ В рассмотренной задаче логического характера и следующей за ней проведенный разбор, на наш взгляд, не является оптимальным. Излишняя детализация превращает разбор и сопровождающие его графические схемы в самоцель, а не способ поиска ответа. Решение же получается, если сделать вывод, одновременно рассматривая три заданных условия — «У ребят попугай разного цвета», «У Саши попугай не желтого цвета», «У Саши попугай не голубого цвета», следовательно, у Саши попугай зеленого цвета. На этой основе можно утверждать, что у Димы попугай не голубой и не зеленый, следовательно, желтый. При этом упрощается и графическая иллюстрация.

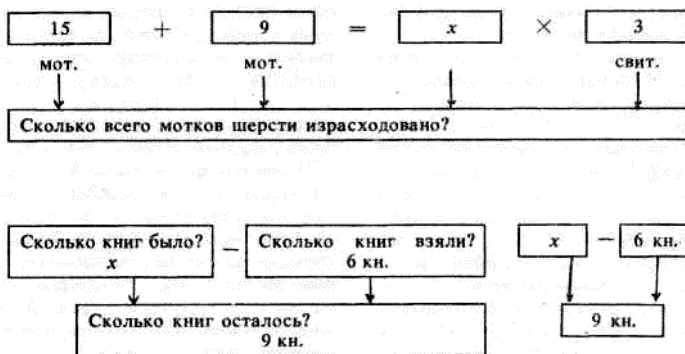
Для определения цвета попугая у Вити при данном способе разбора вообще нет необходимости строить графическую схему: условие задачи предполагает взаимно-однозначное соответствие между множеством мальчиков и множеством попугаев, следовательно, у Вити попугай голубого цвета.

Задачи такого вида при анализе рациональнее представлять в форме таблицы, расположив по строкам имена мальчиков, а по столбцам — цвета попугаев, например:

Имя	Цвет попугая:		
	ж.	з.	г.
С.	-	+	-
Д.	+	-	-
В.	-	-	+



Краткая схема выглядит так:



шении для записи на доске. Во всех остальных случаях используется краткая форма схемы. Каждое звено схемы, являясь следом мыслительной операции, позволяет удерживать эту операцию в памяти решающего, само является как бы ячейкой памяти, а потому освобождает ученика от значительной части работы памяти, оставляя больше возможностей для мысли. Хочется верить, что страстный призыв Е. Шпитальского дать в руки ученика «схему самого процесса мысли», высказанный

в начале нашего века, будет услышан современным учителем, и графическая схема найдет достойное место как в ряду средств обучения, так и в ряду инструментов, которые даются в руки ученику для решения задач.

Е. А. РУДАКОВА, С. Е. ЦАРЕВА,
Новосибирский государственный педагогический институт