

## Продолжаем обсуждение программы по математике

Проблемы совершенствования программы и учебников для начальной школы волнуют всех, кто так или иначе связан со школой: учителей, родителей преподавателей, готовящих учителей начальной школы. Поэтому прежде всего хочу поблагодарить редакцию за открытие дискуссии по этим проблемам. Думаю, что она поможет глубже понять содержание действующей программы и учебников, найти пути их совершенствования.

Выскажу некоторые соображения по поводу обсуждаемой программы.

В программе по математике для 4-летней начальной школы сделана попытка усилить ее математическую грамотность. Это относится, например, к названиям основных разделов. В прежней программе они носили названия «Десяток», «Сотня», «Тысяча» и «Многочисленные числа». В программе 1986 г. для некоторых концентров эти названия изменены на названия, более точно отражающие математическую суть соответствующих разделов («Числа от 1 до 10», «Числа от 11 до 20», «Числа от 1 до 1 000 000»). Таким образом, мое мнение прямо противоположно мнению П. М. Эрдниева и Б. Эрдниева. Однако я не считаю принятые сейчас названия полностью отражающими математическое содержание соответствующих разделов. В связи с этим поясню свою позицию более подробно, так как считаю, что в этих вопросах необходимо разобраться и учителям, и методистам.

Как известно, основную часть начального курса математики занимают целые неотрицательные числа (натуральные и 0) и действия с ними. Построение же множества целых неотрицательных чисел включает: определение числа (в явном или неявном виде); введение отношений между числами — отношений «следовать за», «стоять перед» (эти понятия характеризуют натуральный ряд чисел), «больше» (меньше), «больше (меньше) на несколько единиц», «больше (меньше) в несколько раз» и др.; обозначение чисел — название и запись, правила чтения чисел; введение действий с числами, свойств дейст-

вий, алгоритмов действий с числами, записанными в определенной системе счисления, в частности в десятичной системе (вычислительные приемы).

Понятия «Десяток», «Сотня», «Тысяча» есть понятия десятичной системы счисления (об этом уже писали Н. Б. Истомина и С. И. Волкова) и имеют прежде всего связь с вопросами записи и чтения чисел, т. е. с одной стороной сложного понятия числа. Известно также, что концентрическое построение учебного материала по теме «Числа и действия с ними» предполагает рассмотрение всех (или почти всех) перечисленных выше вопросов вначале на множестве чисел от 0 до 10, затем область изучаемых чисел согласно принятому (и вполне обоснованно) подходу расширяется до 20, и уже на этом множестве — от 0 до 20 — вновь рассматриваются все указанные вопросы; затем область чисел расширяется до 100 и все характеристики целых неотрицательных чисел переносятся на новую область чисел, сведения о числах дополняются теми, которые связаны с новыми числами — от 11 до 20 или от 20 до 100, а для сведений, которые относятся как к числам от 0 до 10, так и к числам от 11 до 20 или от 20 до 100, показывается их общность для всех чисел расширенной области. Так же строится изучение чисел в других концентрсах.

Понятие «Десяток», как совершенно справедливо замечают П. М. Эрдниева и Б. Эрдниева, — это «обобщенное понятие, основание десятичной системы счисления». Понятие «десяток» действительно предполагает наличие других десятков. Свойство «десятка» как основания системы счисления, как новой счетной единицы, «основательницы» правил поразрядной записи и поразрядного чтения чисел, больших основания системы счисления, можно показать только при изучении множества, включающего в себя числа, большие десяти, т. е. при изучении области чисел от 0 до 100. В концентре же, который традиционно назывался «Десяток», понятие «десяток» в принципе не может быть изучено. Задачей изучения чисел в этом концентре является формирование представления детей о числе (как о характеристике класса эквивалентных множеств, как об элементе натурального ряда чисел, как о результате измерения). Представления же о числе формируются одновременно с изучением вопросов записи и чтения чисел. Основное понятие десятичной системы счисления, которое должно быть усвоено детьми при изучении этой области чисел, есть понятие «цифра». В связи со сказанным совершенно ясно, что название раздела «Десяток» с точки зрения математики некорректно, так как содержание раздела никогда не включало и не может включать в себя понятие «десяток».

Точно так же понятие «сотня» может быть раскрыто лишь при изучении области чисел, содержащей числа, большие ста, т. е. при изучении чисел от 0 до 1 000, так как только при чтении и записи чисел, больших ста, появляется необходимость (и возможность) выделения этого понятия. Поэтому и название концентра, в котором изучаются числа от 0 до 100, термин «Сотня» некорректно. То же самое можно сказать и о названии концентра «Тысяча». Приходится только удивляться, что два математика, доктор и кандидат педагогических наук по методике математики, не сумели разобраться в таком в общем-то несложном математическом вопросе.

В действующей программе сделана попытка отразить в названии разделов основное их содержание (см.: с. 49 — «Числа от 1 до 10» и с. 55 — «Числа от 1 до 1 000»), Однако только попытка, так как даже в этих названиях почему-то потеряно число 0, а для других концентров сохранены прежние названия.

Так как в обсуждаемых разделах изучаются числа, то и названия их должны быть названиями соответствующих областей чисел: «Числа от 0 до 10», «Числа от 0 до 20», «Числа от 0 до 100», «Числа от 0 до 1 000», «Числа от 0 до 1 000 000».

Хочу внести еще несколько предложений относительно отражения в программе основного содержания начального курса математики — чисел и действий с ними.

Согласно принятому (и вполне обоснованно) подходу ознакомление с действиями сложения и вычитания проводится в I классе одновременно с изучением чисел от 0 до 10. От того, как будет построено введение этих действий, во многом зависит успех дальнейшей работы по ознакомлению с вычислительными приемами и формированию вычислительных навыков.

В программе же ничего не говорится о том, что именно при изучении чисел от 0 до 10 должны быть введены действия сложения и вычитания (хотя и без использования термина «сложение»). То отражение в содержании этого раздела действий сложения и вычитания, которое имеется в программе, ориентирует учителя на изучение чисел в духе справедливо отвергнутого еще в XIX в. «метода Трубе». Упоминание о действиях в этом разделе сводится лишь к двум предложениям: «Получение числа прибавлением 1 к предыдущему числу и вычитанием из числа, непосредственно следующего за ним при счете» и «Решение простых задач на сложение и вычитание (на основе счета)» — с. 49».

Считаю, что характеристика вопросов, связанных с изучением в этом разделе действий сложения и вычитания, должна направлять прежде всего на раскрытие смысла этих

действий, причем в названии раздела это тоже должно быть как-то отражено. Предлагаю такой вариант текста программы по этому разделу:

Числа от 0 до 10. Действия сложения и вычитания (прибавить, вычесть).

Названия, последовательность, смысл и обозначение чисел от 1 до 10 цифрами. Счет предметов.

Число 0 и его обозначение. Сравнение чисел. Действия сложение и вычитание (прибавить, вычесть). Практическое решение простых текстовых задач и обозначение решения с помощью цифр и знаков «+» и «—». Свойства натурального ряда чисел: если к числу прибавить 1, то получится следующее за ним число; если из числа вычесть 1, то получится число, стоящее непосредственно перед ним. Использование этого свойства для получения чисел. Состав чисел 2, 3, 4, 5. Монеты в 1, 2, 3, 5 к. Их набор и размен.

Следующий раздел программы целесообразнее назвать «Приемы сложения и вычитания», а начать предложением: «Термины «сложение» и «вычитание», «сложить», «вычесть».

Не удовлетворяет меня и отражение в программе некоторых важных свойств арифметических действий.

«Потерялись» переместительное свойство сложения и переместительное свойство умножения. В программе остались только основанные на этих свойствах приемы: прием перестановки слагаемых, прием перестановки множителей (с. 50, с. 53). (Относительно названия приема перестановки слагаемых в программе уже высказались все авторы, включившиеся в обсуждение программы: П. М. и Б. Эрдниевы, Н. Б. Истомина, С. И. Волкова.)

Но ведь «прием» и «свойство» — это совершенно разного рода математические факты. «Прием перестановки» — это один из алгоритмов (с некоторыми допущениями) нахождения суммы или произведения. Один шаг этого алгоритма обосновывается переместительным свойством соответствующего действия. Поэтому раздел, характеризующий приемы сложения и вычитания, необходимо дополнить названием свойства. Предложение «Прием перестановки множителей и его использование в вычислениях» следовало бы заменить на «Переместительное свойство умножения. Прием перестановки множителей при умножении».

В программе названы правила нахождения неизвестных компонентов для каждого из действий, а вот свойства действий, следствиями из которых являются эти правила, в программе не найти. Такими свойствами являются зависимости между компонентами и результатами арифметических действий. Эти

зависимости характеризуют связи между взаимно обратными действиями. Они играют чрезвычайно важную роль в освоении детьми соответствующих вычислительных приемов, приемов проверки действий. Потеря их в программе недопустима.

Так как зависимость между компонентами и результатами действия сложения впервые необходима для обоснования соответствующего приема вычитания, то и в программе эта зависимость должна быть названа перед перечнем приемов сложения и вычитания во втором разделе (с. 50):

Приемы сложения и вычитания.

...Переместительное свойство сложения. Зависимость между компонентами и результатом действия сложения.

Приемы вычислений: ...прием перестановки складываемых чисел, прием вычитания, основанный на знании соответствующих случаев сложения.

Аналогично соответствующее место в программе должны занять зависимости между компонентами и результатами действий вычитания, умножения, деления.

Особо хочу остановиться на отражении в программе вопросов использования текстовых задач в обучении математике и вопросов обучения решению задач.

В критике программы по этим вопросам у тов. Эрдниевых есть рациональное зерно, например, недопустимость разрыва во времени между рассмотрением задач на «разностное сравнение» («кратное сравнение») и рассмотрением задач других видов с отношениями («больше (меньше) на», «больше (меньше) в ... раз»), полезность использования в обучении решения взаимно обратных задач, хотя авторы необоснованно считают это чуть ли не единственным методическим приемом обучения. Но многое во взглядах тов. Эрдниевых на обучение решению задач, да и на другие проблемы, вызывает недоумение. Прежде всего удивляет настойчивое желание заставить учащихся запоминать названия видов задач. «Ностальгия» по «потерянным» для учеников названиям видов задач — одно из центральных звеньев их позиции. По крайней мере, после чтения статьи складывается именно такое впечатление. Но ведь не одной сотней работ доказано, что это путь не к развитию детей, а к закреплению их терминами, формальными знаниями. О несостоятельности такого подхода писал еще С. И. Шохор-Троцкий, не говоря уж о работах многих методистов нашего времени. В результате вот уже почти 20 лет дети избавлены от бессмысленной работы по запоминанию названий видов задач. А тов. Эрдниевы все еще хотят вернуть не оправдавшее себя, устаревшее.

В п. 13 статьи тов. Эрдниевых дана классификация задач с поразительным нарушением всех правил классификации. Ведь задачи «на

нахождение чисел по двум суммам (разностям)», «задачи на движение» (Начальная школа.— 1987.— № 12,— С. 62) — это разновидность задач «с пропорциональными данными» (в терминологии авторов), а «приведение к единице» — это один из приемов решения некоторых задач с пропорциональной зависимостью данных.

Весьма странным для статьи научных работников является и то, что одним из основных «методов доказательства» своей правоты авторы выбрали ссылки на то, что раньше это в программе было. Только прямых таких ссылок в статье 8 (п. 2, п. 5, п. 7 — дважды, п. 12 — дважды, п. 13 — дважды)! Как «метод» доказательства авторы даже использовали ссылку на специальное решение Министерства просвещения РСФСР (с. 60),

В связи с этим вызывает тревогу просьба Министерства просвещения РСФСР к издательству «Просвещение» об издании учебников математики для I — IV классов профессора П. М. Эрдниева, о чем сообщила в своей статье С. И. Волкова (Начальная школа.— 1988.— № 2.— С. 81). Будут ли эти учебники способствовать повышению уровня преподавания математики или, наоборот, будут снижать математическую грамотность учителей и учащихся? Думаю, что принимать решение об издании этих учебников можно только после широкого их обсуждения.

Однако совершенствовать программу и учебники по вопросам использования задач в обучении и вопросам обучения решению задач, конечно, нужно. Выскажу некоторые замечания и предложения.

Думаю, что в объяснительной записке следовало бы изменить характеристику использования текстовых задач для формирования математических понятий. В программе есть конкретная характеристика системы задач только для текстовых задач, раскрывающих смысл арифметических действий (с. 45—46), и для задач, связанных с изучением величин, а следовало бы охарактеризовать всю систему задач, основной целью которых в курсе математики является формирование математических понятий и их свойств.

Предлагаю эту часть объяснительной записки (с. 45—46) изложить в такой редакции: «Изучение натуральных чисел и нуля, арифметических действий и их свойств, отношений между числами строится на системе практических работ и специально подобранных задач, содержание которых должно быть взято из жизни, а также связано с трудом самих детей. Это значит, что формирование каждого нового понятия всегда связывается с решением задач и выполнением специальных заданий по задачам, помогающим уяснить его смысл и требующим его применения.

Система в подборе задач, расположения их по времени, в способах и методах возмож-

ного решения, в видах заданий, выполняемых по задачам, построена с таким расчетом, чтобы обеспечить наиболее эффективное и верное формирование у детей математических понятий и соответствующих им умений).

В объяснительной записке же описание системы задач, несмотря на его отнесенность к задачам, раскрывающим смысл арифметических действий, на самом деле есть описание назначения задач для выработки умения решать простые задачи. И это не безобидная подмена. Ведь здесь подменяется формирование понятия формированием умения решать задачи с формируемыми понятиями только одной категории: текстовые задачи. Формирование понятия и формирование умения решать задачи с этим понятием далеко не одно и то же. Обучение решению задач может быть лишь одним из средств формирования понятия, да и то лишь в том случае, если это обучение строится правильно, если оно ориентировано на формирование этого понятия. В противном случае обучение решению задач может, наоборот, служить средством искажения у детей смысла некоторых понятий. Именно последнее наблюдается в течение многих лет с задачами, содержащими отношения «больше (меньше) на несколько единиц» и «больше (меньше) в несколько раз». Остановлюсь на этих задачах более подробно.

М. И. Моро еще в 1958 г. в статье «О решении задач, выраженных в косвенной форме» (Начальная школа.— 1958.— № 2.— С. 31—38) отметила следующий парадоксальный факт: дети до обучения в школе решают задачи в так называемой «косвенной форме» без особого труда, т. е. они в пределах усвоенных ими числовых промежутков чаще всего правильно дают ответ на вопрос задачи такого вида. После обучения в школе эти же задачи вызывают у детей значительные трудности. Я наблюдала такие факты уже в наши 80-е годы. Это говорит о том, что трудности в отыскании детьми арифметического решения таких задач есть следствие не сложности самих задач, а следствие неправильного обучения. Поистине «горе от ума»!

Тем не менее в практике и методической литературе распространилось мнение о трудности, сложности задач («в косвенной форме»). И вот уже в программе и учебниках выделяется специальное время для обучения решению этих задач; и некоторые учителя благодаря своему подходу вместо трех уроков по программе и учебнику отводит на эти задачи во много раз больше времени; и вот их уже вовсе исключают из программы и учебников (I—IV классы) первых двух лет обучения, как недоступные большинству учащихся, как создающие перегрузку.

А ведь задачи «в косвенной форме» становятся трудными только потому, что в обуче-

нии решению задач всех видов с отношениями «больше (меньше) на...», «больше (меньше) в ... раз» программа, учебник и учитель ставят цель: «Научить решать такие задачи», а не цель: «Сформировать у учащихся правильные представления о понятиях «больше (меньше) на...», «больше (меньше) в ... раз», научить детей выражать эти отношения с помощью арифметических действий». Умение решать простые задачи всех видов с рассматриваемыми отношениями будет в последнем случае одним из следствий понимания учащимися смысла этих отношений. «Косвенные задачи» в том виде, в каком они представлены в учебнике, могут входить в систему упражнений по формированию обсуждаемых отношений, а могут и не входить — есть достаточно других эффективных упражнений. Главное в отборе упражнений — понимание учителем математической сути этих понятий.

Необходимо помнить (и в программе, и в объяснительной записке к ней, и в учебниках это должно быть отражено), что все традиционные виды задач: «на увеличение числа на несколько единиц», «на уменьшение числа на несколько единиц», «на разностное сравнение» и т. п.— есть задачи с одними и теми же отношениями: «больше на...», «меньше на ...» (аналогично «больше в ... раз» и «меньше в ... раз»). Особенность этих отношений в том, что они не существуют изолированно друг от друга. Всякая изоляция есть искажение этих понятий. Ведь в математике содержательное определение дается лишь для одного отношения, например «меньше», другое же определяется через первое констатацией: «В этом же случае говорят, что «в» больше «а».)»

Следует отметить, что в программе сделана попытка акцентировать внимание на формировании соответствующих понятий, а не на решении определенных видов задач, пусть даже и взаимно обратных, как того требуют П. М. Эрдниев и Б. Эрдниев. Однако эта попытка слабая, позиция авторов программы недостаточно последовательна. Для пояснения этого утверждения приведу выдержку из текста программы.

I класс. Сравнение предметов по размеру (больше — меньше, выше — ниже, длиннее — короче ...). Сравнение групп предметов: больше, меньше, столько же, больше (меньше) на (с. 48). Сравнение чисел (с. 49). Нахождение числа, которое на несколько единиц больше или меньше данного (с. 50). Сравнение чисел (с. 51, в теме «Числа от 11 до 20»).

II класс. Сравнение чисел с помощью вычитания (с. 51).

III класс. Нахождение числа, которое в несколько раз больше или меньше данного; сравнение чисел с помощью деления (с. 54).

С приведенным текстом программы I класса можно было бы согласиться, если бы срав-

нение чисел с помощью вычитания было включено в этот текст. Для большей направленности на формирование соответствующих отношений можно предложить такой вариант текста на с. 50: «Нахождение числа, которое на несколько единиц больше или меньше данного, и числа, показывающего, на сколько одно число больше или меньше другого (сравнение чисел с помощью вычитания)».

Во II классе можно было бы уже говорить об использовании полученных детьми в I классе представлений при решении задач. Предлагаю первую тему II класса дополнить предложением: «Решение простых задач на сложение и вычитание, в том числе и с отношениями «больше (меньше) на».

Вопрос «Сравнение чисел» (сюда входит сравнение чисел по месту в натуральном ряду, сравнение чисел через сравнение соответствующих разрядов, сравнение чисел с помощью вычитания) должен быть включен в изучение каждой новой области чисел. В программе же это требование выдерживается только для первых двух концентров.

Предложение П. М. и Б. Эрдниевых обозначить соответствующие темы бывшими когда-то в программе терминами «Увеличение на несколько единиц» и «Умножение на несколько единиц?» (?? — С. Ц.) (Начальная школа.— 1987,— № 12,— С. 59) совершенно недопустимо. Об этих предложениях можно сказать лишь словами самих авторов: «Здесь допущена логическая ошибка, которая называется подменой понятия» (там же).

Нельзя не коснуться в связи с обсуждаемым вопросом содержания учебника для I класса издания 1986 г. и учебника для II класса издания 1987 г. Положительным в них является использование схематических рисунков. Однако разделение понятий «больше на» и «меньше на» сводит на нет эффективность использования рисунков. Так, в учебнике математики I класса вначале «разучиваются» (по-другому никак нельзя назвать назначение страниц 75—90 учебника) задачи с отношением «больше на» в прямой форме, затем «разучиваются» решения задач с отношением «меньше на», и тоже только в прямой форме (причем на последние задачи, более сложные для восприятия детьми соответствующих ситуаций, отводится во много раз меньше времени, чем на предыдущие), а потом — на следующий год! — «разучиваются» решения задач на разностное сравнение. В учебнике 1986 г. выдержана как раз та линия на заучивание решений задач всех видов вместо формирования понятий, о которой говорилось выше. В пробном учебнике 1984 г. эта тема была представлена лучше, хотя там недоставало схематических рисунков.

Объем статьи не позволяет остановиться еще на некоторых моментах программы, но

я убеждена в том, что совершенствование программы и учебников должно проводиться в направлении более тщательного учета математической сути учебного материала и психологических особенностей развития детей, в направлении использования новейших исследований и привлечения к разработке и обсуждению программы и учебников как можно большего числа квалифицированных специалистов.

**С. Е. ЦАРЕВА,**  
Новосибирский педагогический институт