

Жафяров Акрям Жафярович

*Доктор физ.-мат. наук, профессор, член-корреспондент РАО,
заведующий кафедрой геометрии и методики обучения математике,
Новосибирский государственный педагогический университет,
г. Новосибирск, Россия. E-mail: akram39@yandex.ru*

ИЗУЧЕНИЕ ТЕМЫ «ЛОГАРИФМИЧЕСКИЕ И ПОКАЗАТЕЛЬНЫЕ ФУНКЦИИ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ» НА ОСНОВЕ КОМПЕТЕНТНОСТНОГО ПОДХОДА

В статье подробно изложены этапы изучения названной темы на основе авторской технологии внедрения компетентностного подхода (далее КП) в учебный процесс. В основу исследования положены: методология и технология внедрения КП в процессе изучения школьного курса математики (далее ШКМ); учебно-методические и дидактические материалы для изучения логарифмических и показательных функций (далее ЛП функции). На основе указанной технологии построены две модели: модель формирования базисной компетентности обучающихся по данной теме и модель повышения их компетентности в целом. Введено более целесообразное определение равносильности математических объектов (уравнений, неравенств, систем и совокупностей), которое позволяет обоснованно излагать школьный курс математики, в частности тему о логарифмических и показательных функциях.

Автор отмечает, что ключевые понятия КП весьма сложные, имеется большая путаница в определениях этих понятий, что является основной причиной отсутствия технологии внедрения КП в учебный процесс. Поэтому им предложено новое определение понятия «компетенция», отличное от определений российских и зарубежных авторов, и разработана новая технология внедрения КП в учебный процесс.

Целесообразность выбора именно этой темы обусловлена следующими обстоятельствами: она вызывает большие трудности у учителей, студентов педагогических вузов и как следствие – у старшеклассников; ежегодно на ЕГЭ предлагаются задачи по этой тематике, на которых старшеклассники теряют баллы; почти нет учебных пособий, с помощью которых можно было бы освоить указанную тематику.

Внедрение предлагаемой технологии изучения школьного курса математики будет способствовать повышению качества математического образования, личностного развития и успеха учащихся на ЕГЭ.

Ключевые слова: логарифмические и показательные функции, компетенция; компетентность; внедрение компетентностного подхода; учебный процесс; модели формирования компетентности; модели повышения компетентности; равносильность математических объектов.

Doctor of physical-Mat. Professor, corresponding member of RAO, head of the Department of geometry and methods of teaching mathematics, Novosibirsk State Pedagogical University, Novosibirsk, Russia. E-mail: akram39@yandex.ru

STUDYING THE TOPIC "LOGARITHMIC AND EXPONENTIAL FUNCTIONS AND THEIR APPLICATIONS» ON THE BASIS OF COMPETENCE APPROACH

The article details the stages of studying the named topic on the basis of the author's technology of introduction of competence approach (hereinafter KP) in the educational process. The study is based on the methodology and technology of implementation of KP in the course of studying the school course of mathematics (hereinafter SHKM); teaching and didactic materials for the study of logarithmic and indicative functions (hereinafter LP functions). On the basis of this technology two models are constructed: model of formation of basic competence of students on the subject and model of increase of their competence in General. More expedient definition of equivalence of mathematical objects (equations, inequalities, systems and sets) which allows to state reasonably school course of mathematics, in particular a subject about logarithmic and indicative functions is introduced.

The author notes that the key concepts of KP are very complex, there is a great confusion in the definitions of these concepts, which is the main reason for the lack of technology to introduce KP in the educational process. Therefore, they proposed a new definition of the concept of "competence", different from the definitions of Russian and foreign authors, and developed a new technology for the introduction of KP in the educational process.

The expediency of the choice of this topic is due to the following circumstances: it causes great difficulties for teachers, students of pedagogical universities and as a consequence – for high school students; annually the exam offers tasks on this subject, in which high school students lose points; almost no textbooks with which it would be possible to master the specified subject.

The introduction of the proposed technology for the study of school mathematics course will contribute to improving the quality of mathematical education, personal development and success of students at the exam.

Keywords: logarithmic and exponential functions, competence; the introduction of competence approach; learning process; model of forming competencies; models of professional competence; rovnoselmash mathematical objects.

Постановка проблемы. Методология

Данная тема важна и значима в реальной жизни каждого человека, т. к. логарифмические и показательные функции применяются в атомной энергетике, военном деле, микробиологии, сельском хозяйстве и т. д. Об этом свидетельствуют математические формулы, позволяющие вычислить скорости распада радия и плутония, скорости размножения бактерий и роста объема древесины и т. д. Поэтому ежегодно предлагают на ЕГЭ трудные задачи по этой тематике. Цель – заставить молодежь усвоить указан-

ные понятия. Задачи по данной тематике оцениваются высоким баллом. Поэтому для поступления в престижный вуз в соответствии со своими интересами, склонностями и способностями, необходимо сознательно, активно и напряженно работать над усвоением указанной темы.

Авторская технология внедрения КП в учебный процесс содержит методологию изучения математики, особенно ее школьный курс, основанной на базисных понятиях. Математических понятий очень много, поэтому, чтобы выйти из

этого лабиринта, автор применил базисный метод, по которому изучаются многомерные пространства. Иначе говоря, предложен следующий алгоритм внедрения КП в учебный процесс: 1) по каждой теме ШКМ выделяем только базисные понятия; 2) на основе одного или нескольких базисных понятий создаем базисные компетенции темы; 3) изучение темы начинаем с изучения базисных компетенций на основе компетентностного подхода, предусматривая при этом реализацию концепции автора «учить и мыслям, и мыслить!»

Суть проблемы – построение изучения данной темы на основе указанного алгоритма, обеспечивая каждый пункт соответствующим учебно-методическим и дидактическим материалом.

Определения ключевых понятий компетентностного подхода. Понятия компетенция и компетентность являются ключевыми в системе образования, построенной на основе КП. Понятие компетентность относится только к личности, а понятие компетенция является абстрактным и не может быть свойством конкретного человека. В заблуждение ввел нас филолог С. И. Ожегов, который одним из первых перепутал рассматриваемые понятия, так же как перепутал десятичные числа и цифры, поэтому почти все россияне путают числа и цифры.

Автор не согласен с имеющимися на данный момент определениями понятия компетенции и во многих работах (см. список литературы [11–18]) обосновывал ложность такого подхода, поскольку из-за него создается противоречивая ситуация. В таких ситуациях по теореме знаменитого немецкого ученого К. Геделя любое предложение можно доказать как истинное.

Ниже приведены авторские определения понятий компетенция и компетентность.

Определение 1. Компетенция в данной области деятельности человечества –

это всего лишь название вида деятельности. Ее сущностью является человеческая готовность решать конкретные проблемы в данной области.

Из этого определения следует, что понятие компетенция относится ко всему человечеству. Но объем понятия компетенция шире, чем совокупность видов деятельности всего человечества. Например, со временем, когда условия жизни на планете Земля сильно ухудшатся, человечество, чтобы спасти цивилизацию, должно будет решать проблему переселения людей на другие планеты. Но людей, компетентных в данной области, нет, а компетенция – вид деятельности, связанный с переселением людей, уже есть.

Отсюда следует: компетенция – не свойство личности. В приведенном примере компетенция – переселение людей – вызвана необходимостью спасения жизни этих людей, а не тем, что кто-то из них способен это сделать, как утверждает в определениях многих авторов.

Определение 2. Компетентностью индивидуума в данной области деятельности человечества назовем владение им соответствующими компетенциями.

Из этого определения следует, что компетентность – это свойство конкретного человека, она относится только к личности [11].

Базисные компетенции должны удовлетворять некоторым универсальным требованиям. Они разработаны автором на основе пяти предложений Болонского соглашения. Но эти предложения существенно расширены и конкретизированы. Такая необходимость вызвана тем, что на основе обобщенных предложений и без какой-либо конкретизации невозможно построить эффективную технологию.

Общие требования к формированию базисных компетенций

Обучающийся должен:

а) знать определения и свойства базисных понятий, на основе которых создана данная базисная компетенция; б) уметь применять данные знания для решения учебно-познавательных и практико-ориентированных задач; в) владеть в целом знаниями и умениями для решения стандартных и нестандартных задач, для постановки проблем и их решения; г) приобретать навыки инновационной, творческой и исследовательской деятельности; д) непрерывно совершенствовать свои знания и умения, владение изученным материалом и исследовательской деятельностью в процессе изучения последующих тем данной и смежных дисциплин.

Определение 3. Обучающийся считается компетентным по данной базисной компетенции (далее – БК), если он владеет перечисленными микрокомпетенциями (дескрипторами) по отношению к этой компетенции.

Результаты исследования

Этапы технологии внедрения КП в процесс изучения темы «ЛПФ и их приложения»

Указанная технология состоит из трех этапов. Первый – формирование базисных компетенций объекта изучения (далее – ОИ) (темы, дисциплины, укрупненной дидактической единицы (далее – УДЕ)). Второй этап – формирование базисной компетентности, т. е. компетентности по всем базисным компетенциям ОИ. Третий этап – повышение компетентности по объекту изучения в целом.

Рассмотрим описание этапов, их реализацию в процессе изучения указанной темы.

Первый этап – формирование базисных компетенций данной темы.

Формирование базисных компетенций объекта изучения ОИ состоит из двух или трех шагов. В зависимости от сложности ОИ применяется либо первый подход, либо второй.

Первый подход (через базисные понятия) применяется, если объект изучения обыкновенный, т. е. ОИ представим в виде набора таких базисных понятий (далее – БП), из которых можно сформировать структуру и содержание базисных компетенций ОИ, адекватных как соответствующим государственным стандартам, так и их изложению в школьных учебниках и задачах ЕГЭ. В качестве примера приведем тему «Делимость целых чисел». На основе семи понятий можно на высоком уровне изложить эту тему.

Второй подход (через УДЕ) используется, если изучаемый объект особый, т. е. в его представлении в виде БП не выполнено хотя бы одно из указанных выше требований. Примером может служить изучение дисциплины «Стереометрия».

Есть еще **третий (гибридный) подход**, в котором используются в качестве БП компетенции либо только одно, либо несколько базисных понятий.

Продемонстрируем сказанное на примере темы «ЛПФ и их приложения» (табл. 1).

Из таблицы 1 следует: 1) указанную тему можно изучать на основе девяти базисных понятий; 2) она представима в виде комбинации семи базисных компетенций (далее БК – базисная компетенция), причем у всех компетенций с номерами БК-2 – БК-7 одним из понятий является понятие равносильности двух математических объектов.

Базисные компетенции и их структуры, тема «ЛП-функции и их приложения»

№	БП – базисные понятия	Структура БК – базисных компетенций
1	Логарифмические и показательные функции	ЛП функции; области определения и значений; естественная область определения
2	ЛП уравнения	ЛП уравнения. Равносильность
3	ЛП неравенства	ЛП неравенства. Равносильность
4	Системы ЛП уравнений	Системы ЛП уравнений. Равносильность
5	Системы ЛП неравенств	Системы ЛП неравенств. Равносильность
6	Смешанные системы	Смешанные системы. Равносильность
7	Совокупности	Совокупности. Равносильность
8	Равносильность математических объектов	

Формулировка содержания базисных компетенций данной темы

Каждая базисная компетенция – это то, что должен уметь делать обучающийся, после изучения базисных понятий этой компетенции.

На основе сказанного и общих требований к формированию базисных компетенций дадим формулировки БК-1, БК-2, ..., БК-7.

Формулировка БК-1. Обучающийся должен:

Знать определения базисных понятий и их свойства, в частности, области определения и значений логарифмических и показательных функций, естественной области определения названных функций.

Уметь применять знания для решения учебно-познавательных и практико-ориентированных задач, особенно задач ЕГЭ.

Владеть знаниями и умениями для решения стандартных и нестандартных задач, постановки проблем и их решения.

Приобрести навыки инновационной, творческой и исследовательской деятельности.

Непрерывно совершенствовать свои знания, умения, владения изученным материалом и исследовательской деятельностью.

Аналогично создаются формулировки БК-2, ..., БК-7.

Второй этап – формирование базисной компетентности

Чтобы быть компетентным по всем базисным компетенциям любого объекта изучения, обучающийся должен выполнить все требования. Определения-3. Сказанное полностью относится и к БК-1 по рассматриваемой теме.

Требования а)–д) очень серьезные. Поэтому обучающийся должен иметь возможность для усвоения на современном уровне теории, практики, инновационной, творческой и исследовательской деятельности. Второй этап и предназначен для этого.

Здесь мнения ученых расходятся. Например, педагог-мыслитель И. Кант утверждает: «Учить не мыслям, а мыслить!» Но в XXI веке трудно с этим согласиться.

Наш век отличается от других тем, что ныне существенно возросла скорость удвоения результатов научных исследований. Если раньше указанные успехи достигались за столетия, а в конце двадцатого столетия – за 10 лет, то в XXI веке по некоторым направлениям научной деятельности (ИКТ-информационно-коммуникационные технологии, нано-технологии) удвоение достигается за полтора года. Это с одной стороны.

С другой, ни один индивидуум, ни в какой научно-практической области, где уже накоплен большой объем ин-

формации и достигнуты значимые практические результаты, не может внести существенный вклад без соответствующей подготовки.

Следовательно, необходимо внести коррекцию относительно первой части высказывания И. Канта. Автор это изложил следующим образом: «Учить и мыслям, и мыслить!»

Второй этап – формирование базисной компетентности – реализован именно на указанной концепции автора. Он состоит из двух шагов: 1) «учим мыслям», 2) «учим мыслить».

Первый шаг касается теории и практики по тематике объекта изучения. Главная цель – осовременить эти параметры, т. е. с учетом современных достижений в этой области: 1.1 – критически изучить теорию и 1.2 – методы применения этой теории для решения учебно-познавательных и практико-ориентированных задач.

Такой подход необходим для достижения двух целей: обновить учебно-дидактический материал и за счет критического отношения подготовить обучающихся

Приведем пример: *найдите естественную область определения функции*

$$f(x) = ((x+2)^2 - 8x - 2 - |x-2|)^{\log_a|x-1|}, \text{ если } a = (x+2)^2 - 8x - 2 - |x-2|$$

Шаг второй. «Учим мыслить» в аспекте предложенной технологии означает:

2.1 – формирование инновационной деятельности обучающихся – обеспечивается за счет самостоятельного решения специально подобранных задач и воспитания ответственности;

При каких значениях область определения функции

$$f(x) = 5^{\frac{x^3}{3} - \frac{a+1}{2}x^2 + ax + \frac{1}{6}} \text{ имеет максимум, равный } 5?$$

Ниже предложен тип задачи, предназначенной для реализации пункта 2.2.

к инновационной деятельности.

Все сказанное продемонстрируем на примере БК-1 – первой базисной компетенции рассматриваемой темы о ЛП функциях. Начнем с пунктов 1.1, 1.2.

1.1 – краткая современная теория об определениях и свойствах логарифмических и показательных функций; об областях определения и значений этих функций.

Для обеспечения мотивации рассматриваются олимпиадные задачи и ЕГЭ, анализируются типичные ошибки. Обращаем серьезное внимание на недостатки школьных учебников, которые и породили указанные ошибки. Другими словами, осовремениваем теорию, вырабатываем критическое отношение к предлагаемой информации, закладываем начало формирования у обучающихся инновационной деятельности.

1.2 – практика. Здесь совместно с учащимися решается широкий набор типовых задач по данной тематике. Вырабатываем критическое отношение как к содержанию задач, так и методам их решения.

2.2 – приобретение навыков творческой и исследовательской деятельности – достигается за счет выполнения творческих заданий.

Как образец, приведем тип задачи, способствующей реализации пункта 2.1:

При каких значениях x график функции $f(x) = bx + 1$ выше графика функции

$$\varphi(x) = ((x-2)^2 - 2 + 8x + |x+2|)^{\log_2|x+1|}$$

где b – действительное число, $a = (x-2)^2 - 2 + 8x + |x+2|$?

Замечание. Аналогично формируется компетентность по базисным компетенциям БК-2, ..., БК-7.

Теперь все готово для построения модели компетентности учителя по базисным компетенциям рассматриваемой темы.

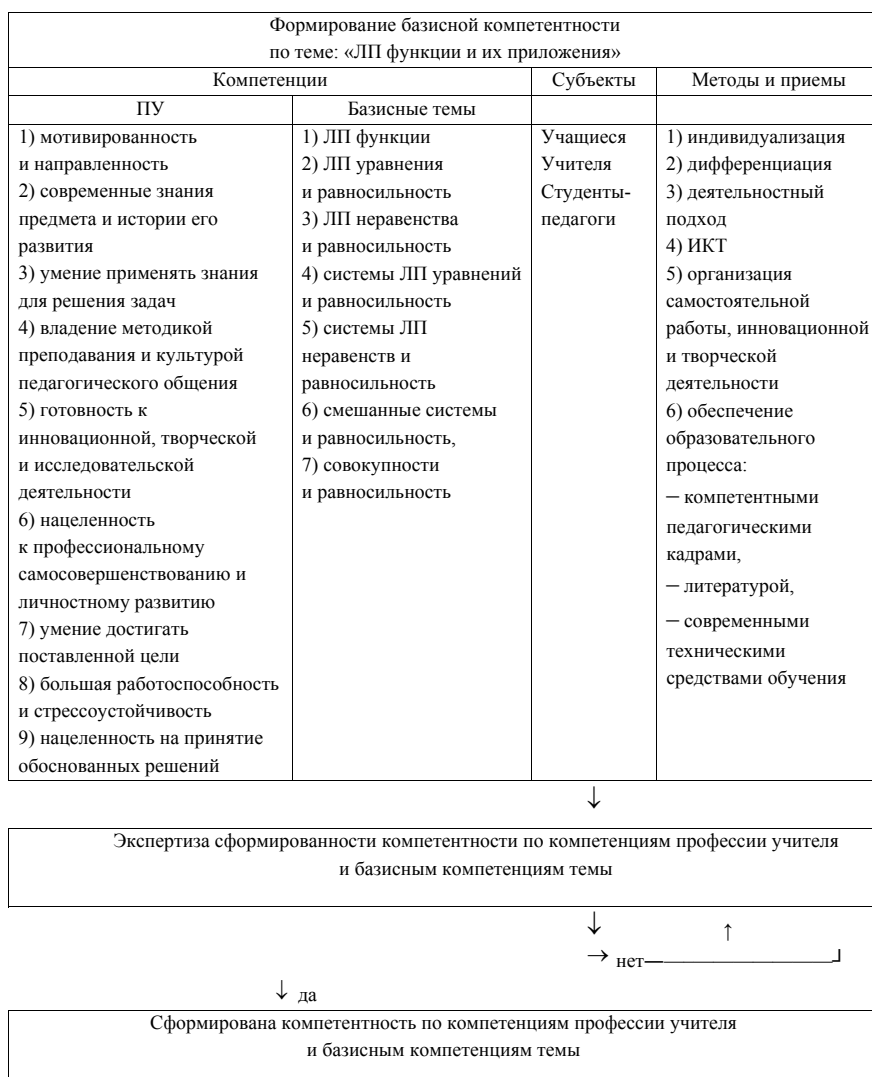


Рис. 1. Модель Ф-ПУ. Формирование компетентности по компетенциям профессии учителя и базисным компетенциям темы: «ЛП функции и их приложения»

Третий этап – повышение компетентности в целом

Сущность этого этапа заключается в повышении компетентности по теме «ЛП функции и их приложениям» в целом, а не только по базисным компетенциям. Достигается это за счет регулярного использования знаний, умений и навыков по теме, как в процессе изучения последующих тем, так и повторения пройденных (повышение компетентности по вертикали). Повышение компетентности по горизонтали обеспечивается за счет обогащения процесса изучения темы соответствующими результатами высшей математики и использования полученных знаний, умений и навыков при изучении профильных дисциплин, решении практико-ориентированных проблем.

Эта тема изучается в школе поверхностно. Если до ЕГЭ не повторять эту тему, то у учащихся достаточно времени для основательного забывания тех знаний, которые были получены.

К этому следует добавить то, что уровень задач ЕГЭ по этой тематике очень высокий (задания 13 и 15 для профильного уровня). Поэтому становится понятной причина возникновения стрессовой ситуации. Вызвано это неготовностью учащихся, а также учителей решать задачи предлагаемого уровня. Это связано с отсутствием соответствующих учебников и сокращением часов курса математики, нехватки времени на усвоение даже госстандартов.

Без интеграции рассматриваемой темы с высшей математикой (первое направление повышения компетентности), без мер, связанных с повторением данной темы в процессе изучения остальных тем ШКМ (второе направление), невозможно добиться успеха на ЕГЭ.

Коротко об интеграции с высшей математикой. Все базисные понятия, их свойства, большой задачный материал взяты из теории высшей математики: алгебры, геометрии, теории чисел, ма-

тематического анализа, математической логики и задач ЕГЭ.

Очень важным в математике является понятие равносильности: на практике математика начинается там, где есть равносильность. Дано авторское определение равносильности математических объектов, более компактное и демократичное, чем традиционное определение этого понятия. Равносильность двух высказываний, принцип необходимости и достаточности, кванторы из курса математической логики адаптированы для ШКМ – школьного курса математики.

На интеграции алгебры, геометрии и математического анализа изучены линейные и квадратичные функции, функции переменных высших степеней, иррациональность, логарифмические и показательные функции, последовательности (в частности прогрессии), тригонометрические функции.

Из курса геометрии использованы кривые второго порядка (окружность, гипербола), графический способ решения задач, геометрические задачи на экстремум и целочисленность.

Интеграция ШКМ с высшей математикой повышает уровень научно-методического изложения школьного курса математики, чем и способствует повышению уровня компетентности учащихся, учителей и любого обучающегося. Интеграция темы о ЛП функциях с остальными темами ШКМ предназначена для сохранения приобретенных знаний, их углубления и расширения. Достигается сказанное за счет разработки специальных задач по каждой теме ШКМ. От решения таких задач выигрывают обе темы, т. к. расширяется кругозор и достигается единство всей математики. Это будет максимально успешно, если сказанное единство связывается с олимпиадным движением и участием в конкурсах.

Приведем интеграционную модель повышения компетентности по рассматриваемой теме в целом.



Рис. 2. Интеграционная модель повышения уровня компетентности по теме «Логарифмические и показательные функции и их приложения»

ВЫВОДЫ

1. Учебно-дидактическое обеспечение, составленное на основе авторской технологии, содержит: а) обновленные теорию и методы ее применения для решения задач и проблем; б) качественные материалы для организации самосто-

ятельной работы, творческой и исследовательской деятельности учащихся, самообразования учителей, родителей, репетиторов и желающих.

2. Внедрение предлагаемой технологии для изучения темы о логарифмических и показательных функциях будет

способствовать повышению качества математического образования, личностного развития и успеху учащихся на ЕГЭ.

3. Все заинтересованные во внедрении компетентного подхода в учебный процесс получают простой метод реализации, состоящей из двух частей:

первая – создание учебно-дидактического обеспечения (темы, дисциплины и т. д.); вторая – активизация деятельности обучающихся в соответствии с требованиями как к формированию базисной компетентности, так и компетентности в целом.

Список литературы

1. *Ashby W. R.* Design for a brain. The origin of adaptive behavior. – London: Chapman and Hall, 1960. – 389 p.
2. *Bruner J. S.* Toward a Theory of Instruction. – Cambridge: The Belknap Press of Harvard University Press, 1967. – 176 p.
3. *Bruner J. S.* The process of education. – Cambridge, MA: Harvard University Press, 1960. – 229 p.
4. *Cheetham G., Chivers G.* The reflective (and competent) practitioner: a model of professional competence which seeks to harmonise the reflective practitioner and competence-based approaches // *Journal of European Industrial Training*. – 1998. – № 22 (7). – P. 267–276.
5. *Dewey J.* Experience and education. – N.Y.: Simon and Schuster, 2007. – 96 p.
6. *Hirsch E. D.* Cultural literacy: What every American needs to know. – Boston: Houghton Mifflin, 1987. – 189 p.
7. *Kolb D., Fry R.* Towards an applied theory of experiential learning // *Theories of group processes*. – London: Wiley, 1975. – P. 33–57.
8. *Markham T., Lenz B.* Ready for the world // *Educational leadership*. – 2012. – Vol. 59, № 7. – P. 47–52.
9. *Pinar W., Reynolds W., Slattery P., Taubman P.* Understanding Curriculum: An Introduction to the Study of Historical and Contemporary Curriculum Discourses. – N.Y.: Peter Lang, 2008. – 1143 p.
10. *Shale D. G.* Toward a reconceptualization of distance education // *American Journal of Distance Education*. – 1988. – Vol. 2, № 3. – P. 25–35.
11. *Жафяров А. Ж.* Компетентный подход к изучению школьного курса алгебры // *Педагогическое образование и наука*. – 2011. – № 8. – С. 64–68.
12. *Жафяров А. Ж.* Методология и технология повышения компетентности учителей, студентов и учащихся по теме «Делимость целых чисел» – Новосибирск: Изд-во НГПУ, 2012. – 218 с.
13. *Жафяров А. Ж.* Методология и технология повышения компетентности учителей, студентов и учащихся по теме «Линейная функция и ее приложения»: монография. – Новосибирск: Изд-во НГПУ, 2013. – 279 с.
14. *Жафяров А. Ж., Жафяров А. А.* Методология и технология повышения компетентности учителей, студентов и учащихся по теме «Квадратичная функция и ее приложения» в процессе изучения школьного курса математики: монография. – Новосибирск: Изд-во НГПУ, 2014. – 225 с.
15. *Жафяров А. Ж., Никитина Е. С., Федотова М. Е.* Методология и технология формирования компетентности учителей, студентов и учащихся по теме «Квадратичная функция и ее приложения» – Новосибирск: Изд-во НГПУ, 2014. – 145 с.
16. *Жафяров А. Ж., Никитина Е. С., Федотова М. Е.* Формирование базисных компетенций и компетентностей по теме «Функция переменных высоких степеней и ее приложения» – Новосибирск: Изд-во НГПУ, 2015. – 140 с.
17. *Жафяров А. Ж., Никитина Е. С., Слепцова А. Е.* Дидактическое обеспечение работы учителей с детьми, одаренными в области математики. – Якутск: ИД СВФУ, 2016. – 254 с.

18. *Жафяров А. Ж., Никитина Е. С., Слепцова А. Е., Федотова М. Е.* Формирование базисных компетенций и компетентностей по теме: «Функция переменных рациональных степеней и ее приложения» – Новосибирск: Изд-во НГПУ, 2016. – 120 с.

19. *Жафяров А. Ж.* Методология и технология внедрения компетентностного подхода в математическом образовании // Вестник Новосибирского государственного педагогического университета. – 2016. – № 3 (31). – С. 105–115.

20. *Жафяров А. Ж., Жафяров А. А., Хасанов Н. А.* Методология и технология формирования компетентности учителей, студентов, адъюнктов и учащихся по теме «Стереометрия». – Новосибирск: Изд-во НГПУ, 2015. – 215 с.

21. *Жафяров А. Ж.* Реализация технологии внедрения компетентностного подхода в школьном курсе математики // Вестник Новосибирского государственного педагогического университета. – 2017. – № 2. – С. 71–84.

22. *Краевский В. В., Хуторской А. В.* Основы обучения. Дидактика и методика. – М.: Академия, 2007. – 352 с.

23. *Шадриков В. Д.* Личностные качества педагога как составляющие профессиональной компетенции // Вестник Ярославского государственного университета им. П. Г. Демидова. – 2006 – № 1. – С. 15–21.