



ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»

Ю.Н. Балакина, Ф.Л. Осипов, О.В. Скворцова, Н.В. Тропина, А.Ю. Пугач

В выборке из диагностического комплекса специальности 050201 – «Математика» по дисциплине «Математический анализ» представлено 20 заданий разных тестовых форм, разработанных в идеологии АСТ-Центра. Задания могут быть использованы в текущей, итоговой диагностике и проверке остаточных знаний и умений.

Ключевые слова и словосочетания: компьютерная программа «АСТ-Тест», дерево банка тестовых заданий, спецификация

Данный БТЗ содержит материалы по математическому анализу (блок ДПП) для специальности 050201 – «Математика».

Основное содержание направлено на проверку остаточных знаний и умений федерального компонента ГОС ВПО (2005 г.). Комплекс также может применяться для текущего и итогового контроля знаний и умений (при проведении зачетов и экзаменов).

ВЫПИСКА из ГОСУДАРСТВЕННОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО СТАНДАРТА ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Специальность 032100 – «Математика»

Степень (квалификация) – учитель математики

Утвержден «31» января 2005 г. Номер гос. регистрации: № 691 пед/сп (новый)

Обязательный минимум содержания дисциплины «Математический анализ»

Индекс	Основные дидактические единицы дисциплины	Всего часов
ДПП.Ф.02	Действительные числа и их свойства. Функции и их свойства. Операции над функциями, композиция функций, обратная функция. Предел последовательности. Предел функции. Непрерывность функции в точке и на множестве. Свойства непрерывных функций. Непрерывность основных элементарных функций. Равномерная непрерывность функции на множестве. Дифференцируемость функции, производная, дифференциал. Правила диффе-	684

	<p>ренцирования. Основные теоремы дифференциального исчисления и их приложения к исследованию функций. Неопределенный интеграл и основные методы интегрирования. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Понятие квадратуемой фигуры, кубуемого тела, спрямляемой кривой. Несобственные интегралы. Числовые ряды. Признаки сходимости. Функциональные последовательности и ряды. Свойства равномерной сходимости последовательностей и рядов. Степенные ряды. Формула и ряд Тейлора. Разложение в степенной ряд основных элементарных функций. Тригонометрические ряды Фурье. Функции нескольких переменных. Предел и непрерывность. Частные производные и дифференцируемость функции нескольких переменных. Исследование на экстремумы. Неявные функции. Двойной и тройной интегралы, их применение к вычислению геометрических величин. Криволинейные интегралы и их приложения.</p>	
--	---	--

Выписка из Профессиональной образовательной программы факультета
Наименование дисциплины по учебному плану – «Математический анализ»
Код дисциплины по учебному плану – ДПП.Ф.2

Объем дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры
Общая трудоемкость дисциплины	684	1-й, 2-й, 3-й, 4-й
Лекционные занятия	175	36+51+54+34
Практические занятия	210	54+51+54+51
Лабораторные занятия		
Вид итогового контроля	экзамен	1-й, 2-й, 3-й, 4-й
Самостоятельная работа студента	299	70+80+80+69

СОДЕРЖАНИЕ И СТРУКТУРА ТЕСТОВЫХ МАТЕРИАЛОВ

Тематическая структура

01. Множества. Действительные числа и их свойства.
- 1.1. Числовой промежуток.
 - 1.2. Подмножество.
 - 1.3. Равные множества.
 - 1.4. Операции над множествами.
 - 1.5. Ограниченные множества.
 - 1.6. Модуль вещественного числа.

1.7. Целая часть действительного числа.

02. Функции. Предел и непрерывность.

2.1. Функции и их свойства.

2.1.1. Определение функции.

2.1.2. Равные функции.

2.1.3. Область определения функции, операции над функциями.

2.1.4. Композиция функций.

2.1.5. Обратная функция.

2.1.6. Образ, прообраз.

2.1.7. Ограниченность и монотонность функций и последовательностей.

2.2. Предел последовательности.

2.3. Предел функции.

2.3.1. Определение предела функции. Предельные точки.

2.3.2. Вычисление предела.

2.4. Непрерывность функции.

2.4.1. Непрерывность функции в точке. Односторонние предел и непрерывность.

2.4.2. Непрерывность функции на множестве. Непрерывность основных элементарных функций.

2.4.3. Свойства непрерывных функций. Равномерная непрерывность функции на множестве.

03. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.

3.1. Производная, дифференциал. Правила дифференцирования.

3.1.1. Производная композиции функций.

3.1.2. Производная суммы.

3.1.3. Производная произведения.

3.1.4. Производная частного.

3.1.5. Производная степенно-показательной функции.

3.1.6. Производная функции в точке.

3.1.7. Производные 2-го порядка и выше.

3.1.8. Производные функций обратной, неявной и заданной параметрически.

3.1.9. Дифференциалы функций 1-го и 2-го порядков.

3.2. Основные теоремы дифференциального исчисления и их приложения к исследованию функций.

3.2.1. Правило Лопиталю.

3.2.2. Наибольшее и наименьшее значения функции.

- 3.2.3. Признак монотонности.
- 3.2.4. Экстремумы функции.
- 3.2.5. Точки перегиба.
- 3.2.6. Геометрический смысл производной.

04. Интегральное исчисление функции одной переменной.

4.1. Неопределенный интеграл. Первообразная. Основные методы интегрирования.

- 4.1.1. Понятия неопределенного интеграла и первообразной.
- 4.1.2. Связь первообразной и неопределенного интеграла.
- 4.1.3. Таблица простейших первообразных.
- 4.1.4. Метод интегрирования по частям.
- 4.1.5. Интегрирование дробно-рациональных функций.
- 4.1.6. Интегрирование иррациональностей.
- 4.1.7. Интегрирование тригонометрических функций.

4.2. Определенный интеграл.

- 4.2.1. Определение интеграла Римана.
- 4.2.2. Свойства определенного интеграла.
- 4.2.3. Основная теорема интегрального исчисления.
- 4.2.4. Формула Ньютона-Лейбница.
- 4.2.5. Вычисление интегралов по формуле Ньютона-Лейбница.
- 4.2.6. Вычисление интегралов с помощью замены переменной, интегрирования по частям, преобразования подынтегральной функции.
- 4.2.7. Вычисление определенного интеграла с использованием геометрического смысла.

4.3. Приложения определенного интеграла.

- 4.3.1. Вычисление площадей плоских фигур.
- 4.3.2. Вычисление длин кривых.
- 4.3.3. Вычисление объемов тел вращения.
- 4.3.4. Вычисление площадей поверхностей тел вращения.

4.4. Несобственные интегралы.

- 4.4.1. Определение несобственных интегралов 1-го и 2-го родов.
- 4.4.2. Вычисление несобственных интегралов.
- 4.4.3. Интегрирование по частям и замена переменной в несобственных интегралах.
- 4.4.4. Исследование на сходимость несобственных интегралов.

05. Числовые ряды.

5.1. Понятие суммы числового ряда.

- 5.2. Понятие сходимости (расходимости) числового ряда.
- 5.3. Признаки сходимости.
 - 5.4.1. Необходимый признак сходимости ряда.
 - 5.4.2. Признак сравнения.
 - 5.4.3. Признаки Коши и Даламбера.
- 5.5. Понятие знакопеременного ряда.
- 5.6. Понятие абсолютности и условной сходимости. Признак Лейбница условной сходимости ряда.
- 06. Функциональные ряды.
 - 6.1. Функциональные последовательности.
 - 6.2. Степенные ряды.
 - 6.2.1. Понятие степенного ряда и его области сходимости.
 - 6.2.2. Радиус сходимости степенного ряда.
 - 6.2.3. Нахождение области сходимости степенного ряда.
 - 6.2.4. Формула и ряд Тейлора. Разложение в степенной ряд основных элементарных функций.
- 07. Функции нескольких переменных. Предел и непрерывность.
 - 7.1. Множества на плоскости. Область определения функции.
 - 7.1.1. Множества на плоскости.
 - 7.1.2. Линии уровня.
 - 7.1.3. Область определения функции.
 - 7.1.4. Функции с заданной областью определения.
 - 7.1.5. Открытые и замкнутые множества.
 - 7.2. Ограниченные, неограниченные, непрерывные функции.
 - 7.3. Вычисление пределов.
- 08. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.
 - 8.1. Дифференцируемость функции.
 - 8.2. Частные производные.
 - 8.3. Производные и дифференциалы 1-го и 2-го порядков. Явные и неявные функции.
 - 8.4. Исследование на экстремумы.
 - 8.5. Текстовая задача на экстремум.
 - 8.6. Производная по направлению и градиент.
 - 8.7. Формула Тейлора.
 - 8.8. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
- 09. Интегральное исчисление функций нескольких переменных.
 - 9.1. Двойной интеграл. Понятие квадратуемой фигуры.

- 9.1.1. Запись двойного интеграла в виде повторного.
- 9.1.2. Изменение порядка интегрирования в повторном интеграле.
- 9.1.3. Вычисление двойного интеграла.
- 9.1.4. Геометрические приложения двойного интеграла (вычисление площади плоской области).
- 9.1.5. Геометрические приложения двойного интеграла (вычисление объема тела).
- 9.1.6. Двойной интеграл в полярных координатах.
- 9.2. Тройной интеграл. Понятие кубируемого тела
 - 9.2.1. Запись тройного интеграла в виде повторного.
 - 9.2.2. Геометрические приложения тройного интеграла (вычисление объема тела).
 - 9.2.3. Тройной интеграл в цилиндрических или сферических координатах.
- 9.3. Криволинейный интеграл. Понятие спрямляемой кривой.
 - 9.3.1. Криволинейный интеграл 1-го рода (по длине дуги).
 - 9.3.2. Криволинейный интеграл 2-го рода (по координатам).
 - 9.3.3. Геометрические приложения криволинейного интеграла (вычисление площади плоской фигуры).

Содержание тестовых материалов

1. Задание {{ 1 }} ТЗ № 1

Соответствие между обозначением числового промежутка и его определением:

$[a, b]$	$\{x \in R / a \leq x \leq b\}$
$(a, b]$	$\{x \in R / a < x \leq b\}$
(a, b)	$\{x \in R / a < x < b\}$
$[a, b)$	$\{x \in R / a \leq x < b\}$
$[a, +\infty)$	$\{x \in R / a \leq x\}$
$(-\infty, a)$	$\{x \in R / x < a\}$
$(a, +\infty)$	$\{x \in R / a < x\}$

2. Задание {{ 2 }} ТЗ № 2

Подмножеством (частью) множества $A = [-2, 7]$ является множество

- $[-2, 3]$
- $\{0\}$
- $Q \cap [-3, 7]$

$I \cap [-3,7]$

$[0,8]$

3. Задание {{ 71 }} ТЗ № 71

$f \circ g \circ h$ композицией функций f, g, h , где $f(x) = \operatorname{tg} x$; $g(x) = 2x^4$, $h(x) = \ln(x+1)$,

является функция:

$y = 2\ln^4(\operatorname{tg} x + 1)$

$y = 2\operatorname{tg}^4(\ln(x+1))$

$y = \ln(2\operatorname{tg}^4 x + 1)$

$y = \operatorname{tg}(\ln(2x^4 + 1))$

$y = \operatorname{tg} 2\ln^4(x+1)$

$y = \ln(\operatorname{tg} 2x^4 + 1)$

4. Задание {{ 129 }} ТЗ № 129

Число a называют пределом последовательности $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$, если для некоторого $\varepsilon > 0$ существует такой номер n_0 , что для всех $n \geq n_0$ выполняется неравенство

$|x_n - a| < \varepsilon$

$x_n < a + \varepsilon$

$|x_n - a| < \varepsilon$

$|x_n - a| \geq \varepsilon$

5. Задание {{ 147 }} ТЗ № 147

$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n^2 + n + 1}{5n + n^2 + 2}$ равен ...

$\frac{3}{5}$

3

$+\infty$

0

$\frac{1}{5}$

6. Задание {{ 23 }} ТЗ № 577

Производная функции $f(x) = \sin^2 x \cdot \cos x$ равна ...

$2 \cos^3 x + \sin^3 x$

$\cos^3 x + \sin^3 x$

$2 \sin x \cos^2 x + \sin^3 x$

$2 \sin x \cos^2 x$

$2 \sin x \cos^2 x - \sin^3 x$

$\cos^3 x - \sin^3 x$

7. Задание {{ 112 }} ТЗ № 657

Функция $f(x) = -x^2 + 8x - 2$ убывает на ...

$[4; +\infty)$

$(-\infty; 2]$

$(-\infty; 4]$

$[-2; +\infty)$

8. Задание {{ 138 }} ТЗ № 691

Угловым коэффициентом касательной к параболе $y = x^2 - 4x + 4$ в точке с абсциссой $x_0 = 3$ равен ...

2

3

4

6

10

9. Задание {{ 18 }} ТЗ № 234

Первообразной для функции $y = (2x + 1)^{100}$ на \square является ...

$101 \cdot (2x + 1)^{101}$

$202 \cdot (2x + 1)^{101}$

$\frac{(2x + 1)^{101}}{202}$

$\frac{1}{101} (2x + 1)^{101}$

10. Задание {{ 29 }} ТЗ № 246

Правильной является дробь:

$\frac{3x^3 + 4x^2 - 2x + 1}{4 - 2x + x^2};$

$\frac{2x^2 + x - 1}{3x^2 - 4x + 2};$

$\frac{x - 7}{x^2 + 1};$

$\frac{x + 1}{3 - 2x}.$

11. Задание {{ 33 }} ТЗ № 255

Подстановка $t = \sin x$ приводит интеграл $\int \sin^4 x \cdot \cos x dx$ к виду:

$\int t^4 \sqrt{1 - t^2} dt$

$\int t dt^4$

$\int t^4 dt$

$\int (\sqrt{1 - t^2})^2 dt$

12. Задание {{ 57 }} ТЗ № 278

Определенным интегралом функции $f(x)$ на отрезке $[a, b]$ является ...

непрерывная на $[a, b]$ функция

функция $F(x)$, такая, что $F'(x) = f(x)$

числовое множество

действительное число

13. Задание {{ 74 }} ТЗ № 295

Значение интеграла $\int_1^2 (x^2 - 2x + 3) dx$ равно ...

1

$\frac{7}{3}$

$\frac{5}{3}$

$-\frac{5}{3}$

$-\frac{7}{3}$

14. Задание {{ 130 }} ТЗ № 345

Значение интеграла $\int_0^{+\infty} e^{-5x} dx$ равно ...

- 1
- 0,2
- 0,5
- $+\infty$
- 0,5

15. Задание {{ 62 }} ТЗ № 62

Предел функции $\lim_{(x, y) \rightarrow (0, 2)} \frac{xy}{\sqrt{xy^2 + 1} - 1}$

- равен 1
- равен 2
- равен $\frac{1}{3}$
- не существует

16. Задание {{ 144 }} ТЗ № 144

Функция $f(x, y) = x^2 + 2y^2 - 3x - 2y + 1$ имеет локальный минимум в точке ...

- $\left(\frac{3}{2}, 1\right)$
- $\left(\frac{3}{2}, 1\right)$
- $\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$
- $\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$

17. Задание {{ 11 }} ТЗ № 11

Интеграл $\int_0^1 dx \int_{x^2}^x f(x, y) dy$ при изменении порядка интегрирования в нем равен

интегралу ...

- $\int_0^1 dy \int_y^{\sqrt{y}} f(x, y) dx$
- $\int_{x^2}^x dy \int_0^1 f(x, y) dx$

$$\square \int_0^1 dy \int_0^1 f(x, y) dx$$

$$\square \int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^y f(x, y) dx$$

18. Задание {{ 52 }} ТЗ № 52

При переходе к полярным координатам двойной интеграл $\iint_E f(x, y) dx dy$, где

область $E = \{(x, y) \in R^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1, y \geq x\}$, равен повторному интегралу:

$$\square \int_0^{2p} dj \int_0^1 f(r \cos j, r \sin j) r dr$$

$$\square \int_{\frac{3p}{4}}^{\frac{p}{4}} dj \int_0^1 f(r \cos j, r \sin j) r dr$$

$$\square \int_{\frac{p}{4}}^{\frac{5p}{4}} dj \int_0^1 f(r \cos j, r \sin j) r dr$$

$$\square \int_{\frac{p}{4}}^{\frac{5p}{4}} dj \int_0^1 f(r \cos j, r \sin j) dr$$

19. Задание {{ 61 }} ТЗ № 61

Тройной интеграл $\iiint_V f(x, y, z) dx dy dz$, где область V ограничена поверхностями

$\frac{x}{2} + \frac{y}{5} + \frac{z}{7} = 1, x = 0, y = 0, z = 0$ ($x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$), равен повторному интегралу:

$$\square \int_0^5 dy \int_0^{2\left(1-\frac{y}{5}\right)} dx \int_0^{7\left(1-\frac{x}{2}-\frac{y}{5}\right)} f(x, y, z) dz$$

$$\square \int_0^2 dx \int_0^5 dy \int_0^7 f(x, y, z) dz$$

$$\square \int_0^5 dy \int_0^{2\left(1-\frac{y}{5}\right)} dx \int_0^7 f(x, y, z) dz$$

$$\square \int_0^7 dz \int_0^5 dy \int_0^{2\left(1-\frac{y}{5}\right)} f(x, y, z) dx$$

20. Задание {{ 72 }} ТЗ № 72

При переходе к сферическим координатам тройной интеграл $\iiint_V (2 - \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}) dx dy dz$, где область V ограничена поверхностью шара радиуса 2 с центром в начале координат, равен ...

$$\square \int_0^{2p} dj \int_0^2 r dr \int_{-\sqrt{4-r^2}}^{\sqrt{4-r^2}} (2-r) dz$$

$$\square \int_0^p dj \int_0^{2p} \sin y dy \int_0^2 r^2 (2-r) dr$$

$$\square 8 \int_0^{\frac{p}{2}} dj \int_0^{\frac{p}{2}} \sin y dy \int_0^2 r^2 (2-r) dr$$

$$\square \int_0^{2p} dj \int_0^{\frac{p}{2}} \sin y dy \int_0^2 (2-r) dr$$

TEST TASKS ON THE DISCIPLINE "MATHEMATICAL ANALYSIS"

Yu.N. Balakina, F.L. Osipov, O.V. Skvortsova, N.V. Tropina, A.Ju. Pugach

In the sampling of a diagnostic complex by the discipline "Mathematics" and specialty "Mathematical analysis" there are 20 tasks of different test forms developed according to the AST-Center ideology. The tasks can be used in current and concluding diagnostics as well as in examination of residual knowledge and abilities of students.

Key words: computer program "AST-Test", test task bank, specification, tree of test task bank.